Zum Problem der intra- und intertemporalen Allokation der Ressourcen einer Volkswirtschaft ohne und mit Externalitäten als Basis für die Nutzen-Kosten-Analyse

Inaugural - Dissertation

zur Erlangung des Grades eines
Doktor der Wirtschaftswissenschaften
beim Fachbereich Wirtschaftswissenschaft
der Freien Universität Berlin

Vorgelegt von

Dipl.-Vw. Wolf Binder

aus Kiel

Berlin 1974

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546513_0003

Zum Problem der intra- und intertemporalen Allokation der Ressourcen einer Volkswirtschaft ohne und mit Externalitäten als Basis für die Nutzen-Kosten-Analyse

Inaugural - Dissertation

zur Erlangung des Grades eines
Doktor der Wirtschaftswissenschaften
beim Fachbereich Wirtschaftswissenschaft
der Freien Universität Berlin

Vorgelegt von

Dipl.-Vw. Wolf Binder

aus Kiel

Berlin 1974

Vorsitzender des Fachbereichs: Prof. Dr. G. Krause-Junk

Referent: Prof. Dr. G. Krause-Junk

Korreferent: Prof. Dr. W. Steden

Tag der mündlichen Prüfung: 11. Juli 1974

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Inhaltsverzeichnis

		Seite
I	Problemstellung	5
II	Eine Wirtschaft ohne Externalitäten	9
	a) Die Bestimmung eines Paretooptimums	10
	1. Die Präferenzordnungen der Haushalte	11
	2. Die Produktionsfunktionen der Unternehmungen	15
	3. Die Ableitungen der notwendigen Paretooptimalbedingungen	18
	b) Die Bestimmung eines gesamtwirtschaftlichen Konkurrenzgleichgewichts	21
	1. Der Kapitalmarkt	22
	2. Das Gleichgewicht eines Haushalts	29
	2.1 Die Ableitung des Gleichgewichts auf der Basis der Nutzenfunktion	29
	2.2 Die Ableitung des Gleichgewichts auf der Basis der Zeitpräferenzfunktion	34
	3. Das Gleichgewicht einer Unternehmung	38
	3.1 Die Ableitung des Gleichgewichts auf der Basis der Produktionsfunktion	38
	3.2 Die Ableitung des Gleichgewichts auf der Basis der Investitionsfunktion	45
	3.3 Exkurs: Die Interne-Zinsfuß-Methode	52
	4. Das gesamtwirtschaftliche Konkurrenzgleichgewicht und die Optimalität des Konkurrenzmechanismus	58
III	Eine Wirtschaft mit Externalitäten	67
	A) Einperioden-Analyse	68
	a) Die Bestimmung eines Paretooptimums	68
	1. Güter mit externen Effekten in den Nutzen- und Produktionsfunktionen der Wirtschaftseinheiten	69
	2. Die Ableitung der notwendigen Paretooptimalbedingungen	75

Seite

b) Die Bestimmung eines gesamtwirtschaftlichen Quasi-Konkurrenzgleichgewichts 82

1. Das Quasi-Gleichgewicht eines Haushalts 89

2. Das Quasi-Gleichgewicht einer Produktionseinheit 94

3. Das gesamtwirtschaftliche Quasi-Konkurrenzgleichgewicht und seine Optimalität 100

B) Mehrperioden-Analyse 107

a) Die Bestimmung eines Paretooptimums 108

b) Die Bestimmung eines gesamtwirtschaftlichen Quasi-Konkurrenzgleichgewichts 111

1. Das Quasi-Gleichgewicht eines Haushalts 111

2. Das Quasi-Gleichgewicht einer Produktionseinheit 115

3. Das gesamtwirtschaftliche Quasi-Konkurrenzgleichgewicht und seine Optimalität 121

IV Schlußbemerkungen 124

A Zusammenfassung der Ergebnisse der Arbeit 124

B Modifikationen in den Modellannahmen 129

Literaturverzeichnis 135

Lebenslauf 139

I Problemstellung

Die Nutzen-Kosten-Analyse versteht sich zumeist als eine auf staatliche Produktionsentscheidungen (Investitionsentscheidungen) über eine oder mehrere Perioden angewandte Welfaretheorie[1]. Seit ihrem ersten Einsatz zur Behandlung wasserwirtschaftlicher Probleme hat sich jedoch häufig gezeigt, daß sie der exakten theoretischen Fundierung ermangelte, daß sie in dem Bemühen, praktische Entscheidungsprobleme zu lösen, die theoretische Absicherung der verwendeten Verfahren hintanstellte, so daß man in diesen Fällen kaum noch von angewandter Welfaretheorie sprechen kann. Besonders ausgeprägt scheint diese Tendenz bei der Behandlung des Zeitproblems in der Nutzen-Kosten-Analyse.
In neueren Untersuchungen zur Nutzen-Kosten-Analyse wird immer deutlicher, daß man ohne sorgfältige Orientierung an der welfaretheoretischen Basis nicht weiterkommt.
Die Grundlage der Nutzen-Kosten-Analyse bildet die Theorie öffentlicher Güter bzw. die Theorie externer Effekte. Öffentliche Güter werden dabei später als ein Spezialfall externer Effekte interpretiert. Sie leitet die Bedingungen ab, unter denen bei Vorliegen externer Effekte eine optimale Allokation der Ressourcen gegeben ist und zeigt darüberhinaus, daß der Mechanismus der vollständigen Konkurrenz kein Gleichgewicht herbeiführt, das diesen Bedingungen genügt. Hieraus ergibt sich für sie bei Externalitäten bestimmter Art ein a-priori Argument für den staatlichen Eingriff. Einige Vertreter dieser Theorie gehen jedoch weiter, indem sie generell fordern, daß der Staat jene Aktivitäten übernehmen müsse, die den Charakter eines öffentlichen Gutes haben[2] bzw. mit externen Effekten bestimmter Art verbunden sind. Die vorliegende Arbeit unterstellt ebenfalls diese These. Die Nutzen-Kosten-Analyse will nun die dezentralen staatlichen Aktionen spezifizieren, die im Zusammenspiel mit den Aktionen

---

1) Vgl. Mishan, E.J., Cost-Benefit Analysis, London 1971, S. 1
2) Vgl. z.B. Musgrave, R.A., The Theory of Public Finance, Tokyo, 1959, S. 6 ff.

der privaten Haushalte und Unternehmungen Optimalität erzeugen[1]. Dabei versucht sie, die staatlichen Entscheidungskriterien so weit wie möglich analog zu den Entscheidungskriterien der Privaten zu entwickeln. Es wird zu prüfen sein, wie weit und in welchem Sinne dies möglich ist. Da sie für konkrete Allokationsprobleme des Staates Handlungsanweisungen geben will, muß sie zwei Dinge leisten: Erstens muß sie eine Theorie der Entscheidungsfindung erarbeiten und zweitens muß sie die theoretisch abgeleiteten Kriterien in die praktische Anwendung[2] umsetzen. Ein wichtiges Problem ist bei dieser Aufgabe die Ermittlung staatlicher Produktionsfunktionen.

In der vorliegenden Arbeit wird allein der theoretische Aspekt unter dem Gesichtspunkt des Zeitproblems untersucht. Es soll mit anderen Worten das intra- und intertemporale Bewertungsproblem bei staatlichen Produktionsentscheidungen auf welfaretheoretischer Grundlage systematisch entwickelt werden.

Zur Untersuchung dieser Fragestellung ist eine Totalanalyse der Gesamtwirtschaft erforderlich. Eine Partialanalyse des staatlichen Produktionsproblems ist unzureichend.

Es wird davon ausgegangen, daß zu Beginn der von allen Wirtschaftssubjekten dezentral zu fällenden Entscheidungen bestimmte Mengen an Ressourcen, bestimmte individuelle Präferenzen und ein bestimmtes technisches Wissen vorhanden sind. Das Problem besteht dann darin, daß die Aktionen aller Wirtschaftssubjekte so aufeinander abgestimmt sein müssen, daß das Ergebnis optimal ist. Unter Optimalität wird in diesem Zusammenhang Paretooptimalität verstanden[3]. Das Ziel besteht also darin, ein Allokationsoptimum zu erreichen.

---

1) Vgl. die ähnliche Auffassung bei Arrow, K.J., The Organization of Economic Activity: Issues pertinent to the Choice of Market versus Non-market Allocation, in: Haveman, R.H. u. Margolis, J. (ed.), Public Expenditures and Policy Analysis, Chicago, 1971, S. 56" ... aim for CBA (cost-benefit analysis) is specification of the nonmarket actions which will restore Pareto efficiency."

2) Die Praxisbezogenheit der Nutzen-Kosten-Analyse wird meist in den Vordergrund gestellt. Vgl. z.B. Prest, A.R. und Turvey, R., Cost-Benefit Analysis: A Survey, in: Economic Journal, Vol. 75, 1965, S. 683 "Cost-benefit analysis is a practical way of assessing the desirability of projects, ..."

3) Die Beschränkung der Zielsetzungen der Nutzen-Kosten-Analyse auf Effizienz im Sinne von Paretoeffizienz liegt den meisten Untersuchungen zugrunde. Daneben wird jedoch auch die Einbeziehung der Distributionszielsetzung diskutiert. Vgl. dazu etwa Dasgupta, A., K. u.

Nun ist es allerdings keine Frage, daß die so umschriebene Entscheidungssituation und das Erstreben einer optimalen Lösung keineswegs bereits solche Probleme kennzeichnen, wie sie der Nutzen-Kosten-Analytiker behandeln will und muß. Die meisten staatlichen Entscheidungen beziehen sich allein auf marginale Veränderungen eines sonst in weitem Umfang festgelegten Budgets. Unsicherheit und Risiko beherrschen häufig das Bild. Zudem kann fast immer nur an suboptimale Lösungen gedacht werden. Es muß beurteilt werden, ob eine oder mehrere staatliche Maßnahmen unter den gegebenen Bedingungen überhaupt eine Verbesserung bzw. die bestmögliche Änderung der Ausgangslage herbeiführt (herbeiführen), wobei die Ausgangslage durch die gesamtwirtschaftliche Allokation und Distribution der Vorperiode(n) beschrieben ist. Nur scheint es trotzdem notwendig, zunächst die angegebene Entscheidungssituation zu untersuchen, da auf längere Frist das Totalbudget als variabel angesehen werden muß und die Untersuchung dann unmittelbar relevant ist, soweit man einmal das Problem von Unsicherheit und Risiko ausklammert, und andererseits diese Untersuchung als Vorstufe zur Untersuchung konkreter Entscheidungssituationen unerläßlich ist, wenn man also auf ihren kurzfristigen Aspekt abstellen und/oder wenn man die Faktoren Unsicherheit und Risiko ins Kalkül einbeziehen muß.

Pearce, D. W., Cost-Benefit Analysis, London 1972, S. 61 ff.

Paretoeffizienz von Maßnahmen bedeutet, daß durch sie tatsächlich Paretooptimalität erzeugt bzw. eine aktuelle Paretoverbesserung hervorgerufen wird. Viele Nutzen-Kosten-Analytiker gehen hiervon ab und verlangen nur potentielle Paretoeffizienz vgl. z. B. Mishan, E., a.a.O., S. 3. Im Rahmen dieser Arbeit spielt potentielle Paretoeffizienz keine Rolle.
Bei einigen Nutzen-Kosten-Analytikern wird die Dichotomie Paretoeffizienz und Distributionsgerechtigkeit ersetzt durch die Dichotomie Effizienz im Sinne von Maximierung des Sozialprodukts und Verteilungsgerechtigkeit im Sinne von gerechter Aufteilung des Sozialprodukts. Vgl. z. B. Marglin, St. A., Objectives of Water-Resource Development: A General Statement, in: Maas, A. u. a., Design of Water-Resource Systems, Cambridge, Massachusetts 1966, S. 18. Auf diese Klassifizierung wird hier ebenfalls nicht zurückgegriffen. Bzg. ihrer Problematik vgl. z. B. Graaff, J. de V., Theoretical Welfare Economics, Cambridge 1967, S. 90 ff.

Im Abschnitt II der Arbeit wird das intra- und intertemporale Allokationsproblem bei Fehlen externer Effekte erörtert. Abgeleitet werden zunächst die notwendigen Bedingungen für Paretooptimalität. Daran anschließend wird gezeigt, in welcher Weise der Mechanismus der vollständigen Konkurrenz für Paretooptimalität sorgt. Hierzu ist das Konzept eines vollkommenen Kapitalmarktes erforderlich. Es ergibt sich, daß die Güterpreise das intratemporale und die Kapitalmarktzinssätze das intertemporale Bewertungsproblem lösen. Man erhält ferner, daß die Entscheidungskriterien der privaten Haushalte und Unternehmungen sowohl einzelwirtschaftlicher wie gesamtwirtschaftlicher Rationalität genügen.

Im Abschnitt III der Arbeit wird untersucht, wie sich die notwendigen Bedingungen für Paretooptimalität bei Auftreten öffentlicher Güter und externer Effekte verändern. Bei der Entwicklung geeigneter Entscheidungskriterien für den Staat wird die Analogie zu den Entscheidungskriterien der Unternehmungen gezogen, da der Staat als Produzent von Gütern mit externen Effekten besonderer Art eingeführt wird. Eine konsumtive Tätigkeit des Staates kommt nicht in Betracht. Als Konsumenten werden nur die Haushalte bzw. die in ihnen zusammengefaßten Einzelpersonen aufgefaßt. Auf ihre konsumtiven Interessen ist die zugrundegelegte Wirtschaft abgestellt. Bei der Analogie zu den Entscheidungskriterien der Unternehmungen wird hervorgehoben, daß es für den Staat allein auf gesamtwirtschaftliche Rationalität ankommt. Der Bezug zur einzelwirtschaftlichen Rationalität der Unternehmungen kann allerdings in bestimmter Weise ebenfalls hergestellt werden. Als Staat wird dabei die Institution verstanden, die nach bestimmten Regeln entsprechend dem Willen aller Wirtschaftseinheiten (oder auch nur der Haushalte) gebildet wird und die für das Erreichen eines sozialen Optimums sorgen soll, soweit es die Entscheidungen der privaten Wirtschaftseinheiten nicht selbständig herbeiführen können. Paretooptimalität ist hierbei eine notwendige Bedingung für soziale Optimalität. Gesamtwirtschaftliche Rationalität drückt sich in Aktionen aus, die zu Paretooptimalität führen.

Um das intertemporale Bewertungsproblem für den Staat in elementarer Form behandeln zu können, wird davon ausgegangen, daß der Staat die

privaten Haushalte und Unternehmungen dazu gebracht hat, die intratemporale Bewertung öffentlicher Güter und externer Effekte in ihr Kalkül aufzunehmen und offenzulegen.

Um den Zeitaspekt staatlicher Maßnahmen deutlich hervorzuheben, werden die Entscheidungskriterien des Staates zunächst unter Nichtberücksichtigung des Zeitfaktors dargestellt. Anschließend wird dann die Zeit eingeführt.

II Eine Wirtschaft ohne Externalitäten

Als Vorstufe zur Untersuchung des staatlichen Produktions- (Investitions-) kalküls im Zusammenspiel mit den Entscheidungen des privaten Sektors der Wirtschaft ist es zweckmäßig, zunächst eine Wirtschaft zu betrachten, bei der es lediglich um die Produktion und Verteilung von privaten Gütern geht, d.h. von Gütern, mit denen keine externen Effekte[1)] verbunden sind. Dabei ist ein privates Gut dadurch gekennzeichnet, daß eine Menge dieses Gutes, die von einem Wirtschaftssubjekt in Anspruch genommen wird, für ein anderes Wirtschaftssubjekt nicht zur Verfügung steht. Im folgenden wird im einzelnen deutlich, welche Konsequenzen sich aus dieser Eigenschaft ergeben.

Die Zweckmäßigkeit, das intra- und intertemporale Allokationsproblem bei Fehlen externer Effekte in relativ breiter Form zu erörtern, ergibt sich aus der Notwendigkeit, eine Basis für die Analyse des entsprechenden Allokationsproblems bei Vorliegen externer Effekte herzustellen, eine Basis, die für die Ziele dieser Arbeit nicht unmittelbar aus der Literatur übernommen werden kann. Die Alternative hätte darin bestanden, alle so abgetrennten Überlegungen in die Behandlung des intra- und intertemporalen Allokationsproblems bei Vorliegen externer Effekte zu integrieren. Gegen die Wahl dieser Alternative sprechen zwei Gründe.

1.) Die Untersuchung wäre unübersichtlich geworden. 2.) Die Untersuchung

1) Der Begriff des externen Effektes bzw. der Externalität wird erst im Abschnitt III definiert. Für die folgenden Erörterungen ist lediglich wichtig, festzulegen was private Güter sind. Das wird im einzelnen deutlich gemacht.

des Falles des Fehlens externer Effekte kann nicht entbehrt werden, da dieser Fall als Bezugspunkt für den Fall externer Effekte herangezogen werden muß, um die durch die Einführung externer Effekte hervorgerufenen besonderen Probleme - nämlich einmal die Veränderung des Preissystems und zum anderen die Beibehaltung der Funktionen des Kapitalmarktes - sichtbar zu machen. Man hätte ihn zwar, wie später deutlich wird, als Spezialfall des allgemeinen Ansatzes gewinnen können - und dieses Vorgehen hätte auch den Vorzug formaler Eleganz gehabt - , es hätte aber eben die Analyse zu sehr kompliziert.
Es wird als erstes erörtert, welchen Bedingungen eine optimale Produktion und Verteilung der Güter auf die Haushalte genügen muß und zwar unabhängig vom Wirtschaftssystem, das beide Aufgaben besorgen soll. Anschließend wird gefragt, ob das Marktsystem der vollständigen Konkurrenz ein Ergebnis hervorbringt, das die im ersten Schritt der Analyse abgeleiteten Bedingungen erfüllt.

a) Die Bestimmung eines Paretooptimums.

Die Beurteilung des Resultats der Produktion von Gütern und ihrer Verteilung auf die Haushalte soll danach erfolgen, welches soziale Wohlfahrtsniveau dadurch erreicht wird. Wenn trotzdem eine Beschränkung auf die Untersuchung der Paretooptimalität des Wirtschaftsergebnisses erfolgt, so basiert das auf der These, daß Allokation und Distribution trennbar sind, und darauf, daß Paretooptimalität eine notwendige Bedingung für soziale Optimalität ist. Die Allokation hat dafür zu sorgen, daß ein Paretooptimum erreicht wird. Durch Distributionsmaßnahmen kann jedes Paretooptimum in ein soziales Optimum überführt werden. [1] Ein Paretooptimum liegt vor, wenn es nicht möglich ist, einen Haushalt besserzustellen ohne mindestens einen anderen Haushalt schlechter zu stellen. Hierbei kommt

---

1) Das Arbeiten mit dem Konzept sozialer Optimalität setzt voraus, daß es grundsätzlich möglich ist, interpersonelle Nutzenvergleiche vorzunehmen, die in einer sozialen Wohlfahrtsfunktion zum Ausdruck gebracht werden können. Vgl. z. B. die Ausführungen zur sozialen Wohlfahrtsfunktion bei Samuelson, P. A., Foundations of Economic Analysis, Cambridge 1963, S. 220/1

es auf die Einschätzung der betroffenen Haushalte an.

Bei der Bestimmung eines Paretooptimums werden nur notwendige Bedingungen für ein lokales inneres Optimum abgeleitet; die Schwierigkeiten, die mit der Ermittlung von Randoptima und absoluten Optima verbunden sind, werden hier somit ausgeklammert, da sie für das Ziel dieser Arbeit nur von untergeordneter Bedeutung sind. Bei der Interpretation der gewonnenen Ergebnisse ist ferner zu beachten, daß nur die Bedingungen 1. Ordnung bestimmt werden. Für die Empfehlung z.B. eines Entscheidungskriteriums, also hier für die zentrale Frage, nach welchen Verfahren der Staat von ihm durchzuführende Produktionen zu beurteilen hat, braucht man jedoch die Bezugnahme auf hinreichende Bedingungen. Um dieser Forderung zu genügen, wird generell angenommen, daß die Bedingungen 2. Ordnung für das zu erörternde Problem erfüllt sind.
In diesem Fall hat man ja in den Bedingungen 1. und 2. Ordnung zusammengenommen hinreichende Bedingungen für die jeweilig zur Diskussion stehenden Paretooptima und Entscheidungskriterien der Wirtschaftseinheiten.

1. Die Präferenzordnungen der Haushalte.

Mit

$$(1) \quad X_i = (x_{11i}, \ldots, x_{n1i}, \ldots, x_{1Ti}, \ldots, x_{nTi}) \quad i = 1, \ldots, s$$

sei ein beliebiges n · T - dimensionales Güterbündel des i-ten Haushalts beschrieben. Man kann X_i auch den Konsumvektor des i-ten Haushaltes nennen. x_{jti} gibt die Menge des j-ten Gutes an, die am Anfang der t-ten Periode in den Verfügungsbereich des i-ten Haushalts gelangt bzw. ihn am Anfang der t-ten Periode verläßt.[1] (j = 1, ..., n; t = 1, ..., T). Das Gut wird im ersten Fall als input (Konsumgut) bezeichnet, wobei x_{jti} größer als Null ist, und im zweiten Fall als output (Faktor des i-ten Haushalts),

---

1) Die Zeit wird hier als diskontinuierliche Variable eingeführt. Das gilt für die Güterbündel eines Haushalts wie auch für die später zu betrachtenden Güterbündel einer Unternehmung. Einige Arbeiten zum Problem der intertemporalen Allokation behandeln die Zeit als kontinuierliche Variable. Vgl. eine der älteren Untersuchungen: Ramsey, F.P., A Mathematical Theory of Saving, in: Economic Journal, Vol. 38, 1928, S. 544. Neuere Untersuchungen: Arrow, K.J., Discounting and Public Investment Criteria, in: Kneese, A.V. und Smith, S.C. (eds.), Water Research, Baltimore 1966, S. 20, und Kay, J.A. Social Discount Rates, in: Journal of Public Economics, Vol. 1, 1972, S. 359

wobei x_{jti} kleiner als Null ist.[1)2)] x_{jti} kann auch den Wert Null haben, wenn das entsprechende Gut vom Haushalt i nicht in seine Bewertung aufgenommen wird.

Die Menge eines inputs kann sofort in der gleichen Periode verbraucht werden, in der sie dem Haushalt zur Verfügung gestellt wird. Daneben gibt es dauerhafte inputs (dauerhafte Konsumgüter), die der Haushalt in mehr als einer Periode benutzt. Sie sollen hier jedoch außer acht bleiben. Dauerhafte outputs werden von den Haushalten nicht abgegeben. Bei den outputs der Haushalte handelt es sich um deren Arbeitsleistungen. x_{jti} ist beliebig fein teilbar. Die Perioden sollen hinreichend klein sein, so daß es gerechtfertigt ist, den im Zeitablauf erfolgenden Verbrauch der inputs und outputs als zeitpunktbezogen zu betrachten.

Jeder Haushalt i hat über alle möglichen X_i eine konsistente (d.h. vollständige und transitive) ordinale Präferenzordnung, d.h. für zwei beliebige X_{i1} und X_{i2} gilt: X_{i1} wird X_{i2} vorgezogen ($X_{i1} P_i X_{i2}$), $X_{i2} P_i X_{i1}$ oder X_{i1} ist indifferent zu X_{i2} ($X_{i1} I_i X_{i2}$) und ferner aus $X_{i1} R_i X_{i2}$ und $X_{i2} R_i X_{i3}$ folgt $X_{i1} R_i X_{i3}$ (X_{i1}, X_{i2}, X_{i3} sind drei beliebige Güterbündel und R_i steht für "P_i oder I_i"). Sie soll bis auf streng monoton zunehmende oder konstante (lineare) Transformationen eindeutig durch eine stetige Funktion

(2) $U_i = U_i (X_i)$

---

1) Zur verwendeten Terminologie vgl. auch Debreu, G., Theory of Value, New York 1965, S. 30

2) Das Recht, über ein Gut zu verfügen, bedeutet für einen Haushalt zu bestimmen, in welcher Weise und in welchem Umfang ein Gut in einer Periode für seinen Verbrauch genutzt werden soll. Der Umfang des Verfügungsrechts eines Haushalts ist durch die Rechtsordnung und durch allgemeine von der Gesellschaft anerkannte Regeln, die nicht zum gesetzten Recht gehören, begrenzt. (Krause-Junk spricht in diesem Zusammenhang von Kontrolle eines Haushalts über ein Gut. Vgl. Krause-Junk, G., Das Allokationsoptimum und das Äquivalenzprinzip der Besteuerung, unveröffentlichte Habilitationsschrift, Hamburg 1969, S. 30/31.) Die Festlegung des Verfügungsrechts soll nicht Bestandteil eines Wirtschaftssystems sein, sondern unabhängig von ihm erfolgen. Diese Annahme ist nicht ganz unproblematisch, da von der Sache her durchaus eine Korrelation zwischen Ausgestaltung des Verfügungsrechts über Güter und einem bestimmten Wirtschaftssystem besteht. Dies gilt insbesondere für den Bereich der Produktion, auf die später ebenfalls der Begriff der Verfügung über Güter übertragen wird.

dargestellt werden können. (2) wird Nutzenindexfunktion, Nutzenfunktion oder auch Präferenzfunktion genannt. Sie soll stetige 1. und 2. Ableitungen haben und den Bedingungen der strengen Konvexität genügen. U_i steigt bei einer Vermehrung eines x_{jti}, wenn die Mengen aller übrigen Güter des i-ten Haushalts konstant bleiben, wenn x_{jti} die Menge eines inputs ist. U_i fällt, wenn ceteris paribus der Betrag der Menge eines outputs vermehrt wird. [1)]

U_i ist ein statisches Konzept, auch wenn Variablen unterschiedlicher Perioden auftauchen. Alle x_{jti} beeinflussen zwar U_i, ohne aber gegenseitig oder wenigstens einseitig voneinander abhängig zu sein. Erst ihre gegenseitige (einseitige) Beeinflussung würde U_i jedoch zu einem dynamischen Konzept machen.

Es wird unterstellt, daß die Nutzenfunktion eines Haushalts bekannt und keine Erwartungsgröße ist. [2)] Wegen der Annahme, daß es bei der Beurteilung eines Paretooptimums auf die Einschätzung der jeweiligen Haushalte ankommt, muß jeder Haushalt seine eigene Präferenzfunktion kennen. Die Forderung nach vollständiger Information eines Haushalts ist zwar sehr restriktiv, aber auch notwendig, um eine Theorie der intertemporalen Allokation in den Griff zu bekommen.
Es ist interessant, sich zu fragen, wie sich Änderungen der Einschätzung von Gütern im Zeitablauf in der intertemporalen Nutzenfunktion (2) niederschlagen. Sie sind an der Veränderung der intertemporalen Grenzraten der Substitution abzulesen, die ihre Ursache in den über große Zeiträume keineswegs konstanten Bedürfnissen eines Haushalts haben. Die mangelnde Konstanz der Bedürfnisse wiederum ist auf die sich im Zeitablauf ändernde Zusammensetzung eines Haushalts, das Alter, den sich verändernden Bildungsstand der zum Haushalt gehörigen Personen und andere Faktoren zurückzuführen. So wird ein Haushalt andere Bedürfnisse entwickeln, solange die Kinder noch im Haushalt der Eltern leben, als wenn sie ihn später verlassen. Ein junger Mensch hat andere Bedürfnisse als ein alter

---

1) Zu den Eigenschaften der Präferenzfunktionen der Haushalte vgl. z.B. Richter, R., Preistheorie, Wiesbaden 1963, S. 21 ff.
2) Vgl. die andere Konzeption bei Henderson, J.M. u. Quandt, R.E., Microeconomic Theory, Tokyo,1958, S. 229

Mensch usw.[1)]

Hier wird von Haushalten statt von Einzelpersonen als den kleinsten wirtschaftlichen Einheiten des Konsumsektors einer Wirtschaft ausgegangen. Die Ergebnisse der Untersuchung werden dadurch natürlich nur marginal berührt. Sie müssen lediglich anders interpretiert werden, wenn man die einzelnen Konsumenten als kleinste Wirtschaftseinheiten im Konsumbereich wählt. Im übrigen ist es in der ökonomischen Theorie vielfach üblich, so vorzugehen[2)].

Mit T wird der Zeithorizont der Analyse angegeben. Aus (2) ergibt sich, daß für alle s Haushalte der Konsumprozeß zwischen der 1. und der T-ten Periode betrachtet wird. Diese Annahme dient der Vereinfachung der Untersuchung. Die Zeitspanne von der 1. bis zur T-ten Periode kann die Existenzzeit jedes der s Haushalte wiedergeben, kann aber auch beliebige kürzere Abschnitte umfassen. Der Zeithorizont ist exogen vorgegeben. Er kann so weit gewählt werden, daß die Zeit der Existenz eines jeden Haushalts bei weitem überschritten wird. In den Nutzenfunktionen der Haushalte wäre dann der jeweilige einzelwirtschaftliche Zeithorizont einzusetzen, der von Haushalt zu Haushalt variieren kann. Es muß dann zwischen einzel- und gesamtwirtschaftlichem Zeithorizont unterschieden werden. Der Konsumprozeß wird nun auch nicht mehr für jeden Haushalt in der 1. Periode beginnen. In den Zeithorizont T könnten dann darüberhinaus Abfolgen von Konsumprozessen fallen, d.h. es wäre das Nutzenniveau verschiedener Generationen zu berücksichtigen. Die Einbeziehung aller möglichen Fälle in die Ableitung eines Paretooptimums bei vollständiger Information jeden Haushalts bringt prinzipiell keine großen Schwierigkeiten mit sich. Das Bild ändert sich allerdings, wenn man fragt, welches Wirtschaftssystem in der Lage ist, eine in diesem Sinne optimale Allokation zu besorgen. Hierauf wird später zurückzukommen sein.

---

1) Vgl. zu diesem Problem Henderson, J.M. u. Quandt, R.E., a.a.O., S. 230/231

2) Vgl. Graaff, J. de V., a.a.O., S. 52

2. Die Produktionsfunktionen der Unternehmungen.

Mit

$$(3) \quad Y_k = (y_{11k}, \ldots, y_{n+k,1,k}, \ldots, y_{1Tk}, \ldots, y_{n+k,T,k}) \quad k=1,\ldots,v$$

sei ein beliebiges Güterbündel einer Unternehmung angegeben. Die Elemente des Vektors Y_k sind die Mengen der Güter, die sich in der Verfügung der Unternehmung k befinden. Alle Güter, die einer Unternehmung zur Verfügung gestellt werden, sollen inputs (Produktionsfaktoren der Unternehmung) und alle Güter, die eine Unternehmung zur Verfügung stellt, sollen outputs (Produkte) genannt werden.[1] Soweit entspricht die Definition von inputs und outputs einer Unternehmung der Definition dieser Begriffe bei den Haushalten. Anders als dort soll hier jedoch die Menge eines inputs durch eine negative und die Menge eines outputs durch eine positive Zahl wiedergegeben werden. Die Mengen der Güter sind beliebig fein teilbar.

Zur Anzahl der Güter in den Nutzenfunktionen der Haushalte kommen im Vektor Y_k $h \cdot T$ inputs, die der Bewertung der Haushalte nicht unterliegen. Dabei handelt es sich erstens um Zwischenprodukte, d.h. um Güter, die eine (mehrere) Unternehmung(en) als Produkt verlassen, und bei einer anderen (mehreren anderen) Unternehmung(en) zum Produktionsfaktor werden, und zweitens um inputs, die produziert wurden und in mehr als einer Periode zum Einsatz kommen, also um langlebige inputs (Investitionsgüter). Der Fall, daß einer Untersuchung nicht das ganze Nutzungspotential, sondern nur die Nutzung eines Investitionsgutes bereitgestellt wird, soll außer Betracht bleiben.

Der Vektor Y_k ist nach diesen Erläuterungen nichts anderes als eine beliebige, technisch mögliche Kombination von inputs und outputs in der Produktion einer Unternehmung k und soll deshalb auch Produktionsvektor genannt

---

1) Das Verfügungsrecht einer Unternehmung über einen Faktor (ein Produkt) erstreckt sich darauf zu bestimmen, in welcher Weise und in welchem Umfang ein Faktor in einer Periode in der Produktion verwendet und unter welchen Bedingungen ein Produkt abgegeben werden soll. Zu seiner Begrenzung vgl. Fußnote 2 auf Seite 12. Analog zur Kontrolle eines Haushalts über ein Gut spricht Krause-Junk von der Kontrolle einer Unternehmung über ein Gut. Vgl. Krause-Junk, G., a.a.O. S. 30/31

werden. Die Anzahl der technisch möglichen Produktionsvektoren wird durch die Annahme der Irreversibilität der Produktionsprozesse begrenzt. Irreversibilität liegt vor, wenn neben Y_k der Vektor - Y_k nicht möglich ist. So kann z.B. ein Faktor nach Vornahme eines Produktionsprozesses nicht vollständig oder überhaupt nicht zurückgewonnen werden, indem man den Produktionsprozess umkehrt. Auch kann die Umkehrung selbst nicht möglich sein. Darüberhinaus gibt es keine freie Produktion, d.h. outputs können nur nach Einsatz von inputs erzielt werden. [1)]

Aus der Menge der technisch möglichen Produktionsvektoren werden nun die effizienten Vektoren ausgesondert. Als effizient soll ein Produktionsprozeß einer Unternehmung bezeichnet werden, wenn entweder gilt, ein beliebiger output kann nur erhöht werden, wenn mindestens ein output vermindert und/oder mindestens ein input vermehrt wird, oder wenn gilt, ein beliebiger input kann nur vermindert werden, wenn mindestens ein output vermindert und/oder mindestens ein input vermehrt wird. [2)]

Die Gesamtheit der effizienten Produktionsprozesse soll in der impliziten Produktionsfunktion

$$(4) \qquad f_k(Y_k) = 0$$

zusammengefaßt werden.

$f_k(Y_k)$ soll stetig sein, 1. und 2. stetige Ableitungen haben und den Bedingungen strenger Konvexität genügen. Für eine einzelne Unternehmung k werden die meisten outputs und inputs des Vektors Y_k Null sein, da sie immer nur wenige der in der Wirtschaft vorhandenen outputs erzeugt und dazu nur wenige inputs benötigt.

Die Behandlung dauerhafter inputs in der Produktionsfunktion allein mit ih-

---

1) Zu den Eigenschaften der Produktionsprozesse vgl. Richter, R., a.a.O., S. 49 ff.

2) Schneider, H. nennt die Eigenschaft das Prinzip der Wirtschaftlichkeit. Vgl. Schneider, H., Mikroökonomie, München 1973

rem Nutzungspotential[1] ist nicht ganz befriedigend. Es müßte eigentlich daneben die Inanspruchnahme in jeder Periode berücksichtigt werden.[2] Hier kann trotzdem darauf verzichtet werden, weil dieses Vorgehen die Analyse nur komplizieren würde, ohne die Ergebnisse der Arbeit wesentlich zu beeinflussen. Es wird angenommen, daß die Produktion einer Periode auf ihren Anfang bezogen werden kann. Inputs und outputs einer Periode werden also zum gleichen Zeitpunkt erfaßt.[3] Wie bei der zeitpunktbezogenen Konsumtion ist es auch bei der zeitpunktbezogenen Produktion nötig, daß die Periodenlänge hinreichend klein ist, damit diese Annahme gerechtfertigt werden kann. Im übrigen entspricht die im Konsumsektor gewählte Zeiteinheit für die Periodenlänge der im Produktionssektor gewährten. Im Gegensatz zur Nutzenfunktion eines Haushalts muß die Produktionsfunktion einer Unternehmung als dynamische Relation aufgefaßt werden, da in (4) alle Variablen gegenseitig voneinander abhängen.[4]

Analog zu den Annahmen über die Präferenzfunktionen der Haushalte wird bei den Unternehmungen für die Produktionsfunktionen unterstellt, daß sie sich alle bis zum Zeithorizont erstrecken und in der 1. Periode beginnen. Für die dadurch ausgeschlossenen Probleme, nämlich z.B. einen unterschiedlichen Anfang und ein unterschiedliches Ende von Produktionsprozessen, eine Abfolge von Produktionsfunktionen im Zeitablauf u.a., gilt das schon oben in diesem Zusammenhang bei den Haushalten Gesagte.

---

1) In ähnlicher Weise läßt sich Henderson und Quandt interpretieren, vgl. Henderson, J.M. u. Quandt, R.E., a.a.O., S. 241 u. S. 243/44

2) Vgl. May, K., Structure of the Production Function of the Firm, in: Econometrica, Vol. 17. 1949, S. 186/7. Eine andere Methode wählt Graaff in Graaff, J. de V., a.a.O., S. 17/18

3) Vgl. die abweichende Methode bei Henderson, J.M. u. Quandt, R.E., a.a.O., S. 241, nämlich, daß zwischen Einsatz eines Faktors und der Erzielung des Produktes mindestens eine Periode liegt. In gleicher Weise wie Henderson und Quandt geht Malinvaud vor. Vgl. Malinvaud, E. The Analogy between Atemporal and Intertemporal Theories of Resource Allocation, in: Review of Economic Studies, Vol. 28, 1961, S. 152, und ders., Lectures on Microeconomic Theory, New York 1972, S. 248-250

4) Trotzdem bleibt die folgende Analyse der Produktion statisch. Dies liegt an der besonderen Art der Integration der Produktionsfunktion in die zu erörternden Probleme.

Als kleinste produktive Einheiten werden die Unternehmungen gewählt. Dabei ist jedoch zu bedenken, daß man bei der Bestimmung der Produktionsfunktionen der Unternehmungen letztlich auf die Produktionsfunktionen von Einzelpersonen zurückgehen muß, denn nur ihnen kommt das technische Wissen zu, aus dem das technische Wissen der Unternehmungen besteht, das dann wiederum die Grundlage für ihre Produktionsfunktionen bildet. [1)]

3. Die Ableitung der notwendigen Paretooptimalbedingungen.

Zur Bestimmung der notwendigen Bedingungen eines Paretooptimums sind neben den oben eingeführten Nutzenfunktionen der s Haushalte und den Produktionsfunktionen der v Unternehmungen noch Bedingungen erforderlich, in denen die vollständige Aufnahme der Produktion der Unternehmungen durch die Haushalte und die vollständige Absorption der von den Haushalten und den Unternehmungen bereitgestellten Faktoren durch die Unternehmungen zum Ausdruck kommt. Diese Bedingungen können angegeben werden durch:

$$(5) \quad \sum_i x_{jti} - \sum_k y_{jtk} = 0$$

und für alle j bzw. g und alle t

$$(6) \quad \sum_k y_{n+g,t,k} = 0 \qquad g = 1, \ldots, h$$

Der verwendete Maximierungsansatz geht davon aus, daß ein beliebiger Haushalt i auf das höchste Nutzenniveau gebracht werden soll unter der Voraussetzung, daß alle anderen Haushalte ein fixiertes Nutzenniveau zugewiesen erhalten. [2)] Dieses Vorgehen führt zu der Lagrangefunktion

---

1) Vgl. Graaff, J. de V., a.a.O., S. 16

2) Vgl. den anderen Ansatz von Krause-Junk, G., a.a.O., S. 33, der nach Ansicht des V.d.A. schwieriger zu interpretieren ist, während der hier gewählte Ansatz unmittelbar aus der Definition eines Paretooptimums folgt.

$$(7)\quad L = \sum_i \mu_i (U_i - \bar{U}_i) + \sum_k \lambda_k f_k + \sum_j \sum_t \nu_{jt} \left(\sum_i x_{jti} - \sum_k y_{jtk} \right)$$

$$+ \sum_g \sum_t \sum_k \nu_{n+g,t}\, y_{n+g,t,k}$$

wobei eines der μ_i identisch gleich Eins ist und das entsprechende $\bar{U}_i$ wegfällt.

Die Bedingungen 1. Ordnung für ein Maximum von (7) verlangen, daß alle ersten partiellen Ableitungen nach den Variablen und den Multiplikatoren Null sind. Man hat also die notwendigen Bedingungen für ein Paretooptimum mit

$$(8)\quad \frac{\partial L}{\partial x_{jti}} = \mu_i \frac{\partial U_i}{\partial x_{jti}} + \nu_{jt} = 0$$

$$(9)\quad \frac{\partial L}{\partial y_{jtk}} = \lambda_k \frac{\partial f_k}{\partial y_{jtk}} - \nu_{jt} = 0$$

$$(10)\quad \frac{\partial L}{\partial y_{n+g,t,k}} = \lambda_k \frac{\partial f_k}{\partial y_{n+g,t,k}} + \nu_{n+g,t} = 0$$

$$(11)\quad \frac{\partial L}{\partial \mu_i} = U_i - \bar{U}_i = 0$$

$$(12)\quad \frac{\partial L}{\partial \lambda_k} = f_k = 0$$

$$(13)\quad \frac{\partial L}{\partial \nu_{jt}} = \sum_i x_{jti} - \sum_k y_{jtk} = 0$$

$$(14)\quad \frac{\partial L}{\partial \nu_{n+g,t}} = \sum_k y_{n+g,t,k} = 0$$

Aus (8) - (10) lassen sich die Multiplikatoren $\mu_i, \lambda_k, \nu_{jt}$ und $\nu_{n+g,t}$ eliminieren. Man erhält dann drei Arten von Bedingungen: 1. Bedingungen des Konsumbereichs, 2. Bedingungen des Produktionsbereichs und 3. Bedingungen, die die Verknüpfung des Konsum- mit dem Produktionssektor zum Ausdruck bringen.[1)]

Aus (8) ergibt sich die intra- und intertemporale Gleichheit der Grenzraten der Substitution zwischen den Haushalten bezüglich der Güter, die jeweils in die Nutzenfunktionen der betreffenden Haushalte eingehen.

$$(15) \qquad \frac{\partial x_{j_1,t_1,i_1}}{\partial x_{j_2,t_2,i_1}} = \frac{\partial x_{j_1,t_1,i_2}}{\partial x_{j_2,t_2,i_2}} \qquad \begin{array}{l} i_1, i_2 \in \{1,\dots s\} \\ j_1, j_2 \in \{1,\dots,n\} \\ t_1, t_2 \in \{1,\dots,T\} \end{array}$$

Aus (9) und (10) ergibt sich die intra- und intertemporale Gleichheit der Grenzraten der Transformation[2)] (der technischen Substitution zwischen Faktoren) zwischen den Unternehmungen, die die entsprechenden inputs verwenden bzw. die entsprechenden outputs erzeugen, also:

$$(16) \qquad \frac{\partial y_{j_1,t_1,k_1}}{\partial y_{j_2,t_2,k_1}} = \frac{\partial y_{j_1,t_1,k_2}}{\partial y_{j_2,t_2,k_2}} \qquad k_1, k_2 \in \{1,\dots,v\}$$

und

$$(17) \qquad \frac{\partial y_{n+g_1,t_1,k_1}}{\partial y_{n+g_2,t_2,k_1}} = \frac{\partial y_{n+g_1,t_1,k_2}}{\partial y_{n+g_2,t_2,k_2}} \qquad g_1, g_2 \in \{1,\dots,h\}$$

oder (16) und (17) mit dem neuen Index σ zusammengefaßt

---

1) Krause-Junk nennt diese Bedingungen: die Bedingungen des isolierten Tauschs, der isolierten Produktion und der integrierten Volkswirtschaft. Da im Rahmen dieser Arbeit nur die integrierte Wirtschaft - eine Wirtschaft also, in der Konsum und Produktion zusammen vorkommen -, interessiert, scheinen diese Begriffe hier nicht sinnvoll. Darüberhinaus spielt die Organisation der Verteilung von Gütern - wie sie in dem Begriff Tausch zum Ausdruck kommt - an dieser Stelle der Untersuchung noch keine Rolle. Vgl. Krause-Junk, G., a.a.O., S. 36/37.

2) Unter die Grenzraten der Transformation sollen auch die Ableitungen eines outputs nach einem input subsummiert werden, die gewöhnlich als Grenzproduktivitäten bezeichnet werden.

$$(18) \qquad \frac{\partial y_{\sigma_1, t_1, k_1}}{\partial y_{\sigma_2, t_2, k_1}} = \frac{\partial y_{\sigma_1, t_1, k_2}}{\partial y_{\sigma_2, t_2, k_2}} \qquad \sigma_1, \sigma_2 \in \{1, \ldots, n+h\}$$

Aus (8) - (10) ergibt sich schließlich die Verknüpfung von Konsum- und Produktionssektor der Wirtschaft mit

$$(19) \qquad \frac{\partial x_{j_1, t_1, i}}{\partial x_{j_2, t_2, i}} = \frac{\partial y_{j_1, t_1, k}}{\partial y_{j_2, t_2, k}} \qquad i \in \{1, \ldots, s\} \qquad k \in \{1, \ldots, v\}$$

d.h. die Grenzrate der Substitution zweier Güter muß gleich sein ihrer Grenzrate der Transformation (technischen Substitution).
Um aus den Bedingungen (8) - (14) bzw. (16) - (19) und (10) - (14) ein Pareto-Optimum bestimmen zu können, ist es erforderlich, daß erstens die Bedingungen 2. Ordnung erfüllt sind [1] und zweitens, daß man den Bestand an in den T Perioden nichtproduzierten Produktionsfaktoren, d.h. den Bestand an Ressourcen, kennt, da ja freie Produktion nicht möglich ist. Zu den Ressourcen können auch in den Vorperioden produzierte Güter gehören. Das dazu zu ermittelnde Paretooptimum ist darüberhinaus davon abhängig, welche Mengen an produzierten Gütern am Ende des Zeithorizonts vorhanden sein sollen. [2]

b) Die Bestimmung eines gesamtwirtschaftlichen Konkurrenzgleichgewichts.

Das Konkurrenzsystem ist dadurch gekennzeichnet, daß die Haushalte und Unternehmungen sich an Preisen orientieren, die für sie fest vorgegebene Größen darstellen, die sie jeder für sich also nicht beeinflussen können. das ihm zugrundeliegende Entscheidungssystem ist dezentral. Jeder Haushalt und jede Unternehmung trifft seine (ihre) Entscheidung unabhängig von

---

1) Dadurch, daß die Nutzenfunktionen und die Produktionsfunktionen den Bedingungen strenger Konvexität genügen, ist gewährleistet, daß die Bedingungen 2. Ordnung erfüllt sind. Andererseits ist es jedoch nicht nötig, daß alle Nutzenfunktionen und Produktionsfunktionen die ihnen hier zugewiesenen Eigenschaften haben, um die Bedingung 2. Ordnung zu erfüllen.

2) Graaff nennt den Endbestand "terminal capital equipment". Graaff, J. de V., a.a.O., S. 96. Zu seiner Problematik vgl. die dortigen Ausführungen auf den S. 97-99

den Entscheidungen der anderen Wirtschaftseinheiten. Die Koordinierung übernimmt der anonyme Markt. In welcher Weise dies geschieht, wird später deutlich zu machen sein.
es wird ferner angenommen, daß die Unternehmungen den Haushalten gehören. Entsprechend ihrem Eigentumsanteil sind sie an den Gewinnen der Unternehmungen beteiligt. Die Eigentumsverteilung und damit die Gewinnverteilung auf die Haushalte wird als exogen vorbestimmt unterstellt.

Zunächst wird untersucht, wie die Haushalte und Unternehmungen planen und welchen Bedingungen die Verbrauchs- und Produktionspläne genügen müssen. Vorausgeschickt werden muß eine Darstellung des Kapitalmarkts[1] als einer der Orientierungsgrößen bei der Planaufstellung der einzelnen Wirtschaftseinheiten. Anschließend werden die notwendigen Bedingungen für ein gesamtwirtschaftliches Konkurrenzgleichgewicht bestimmt und mit den notwendigen Bedingungen für Paretooptimalität verglichen. Zum Schluß wird erörtert, wie der Markt die Koordinierung der dezentral aufgestellten Pläne besorgt, welche Schwierigkeiten dabei auftauchen und wie ein gesamtwirtschaftliches Konkurrenzgleichgewicht ermittelt werden könnte.

1. Der Kapitalmarkt

Bevor klargemacht werden kann, welche Funktion der Kapitalmarkt im Rah-

---

1) Einige Untersuchungen zur intertemporalen Allokation führen den Kapitalmarkt nicht explizit ein. So z.B. Debreu, G., a.a.O., S. 33/34, wo er nur indirekt einbezogen wird, indem Preise durch Diskontierungsfaktoren von Periode t auf Periode 1 umgerechnet werden. In gleicher Weise geht Malinvaud vor. Vgl. Malinvaud, E., Lectures ...a.a.O., S. 231 - 234 und ders., The Analogy ...a.a.O., 145/6. Auf die nur implizite Berücksichtigung des Kapitalmarktes in diesen Untersuchungen weist auch Schneider, H. hin. Vgl. Schneider, H., Das allgemeine Gleichgewicht in der Marktwirtschaft, Tübingen 1969, S. 165 und S. 169. Für den gleich darzustellenden vollkommenen Kapitalmarkt bei vollständiger Information der Wirtschaftseinheiten ist dieses Vorgehen zwar möglich, dem V.d.A. scheint es allerdings, daß die hier gewählte explizite Behandlung des Kapitalmarktes viele Probleme klarer zum Ausdruck bringt. Darüberhinaus wird sie erforderlich, wenn man die Annahme der Vollkommenheit des Kapitalmarktes aufgibt. Vgl. Schneider, H., a.a.O., S. 165, und Morishima, M., Equilibrium, Stability and Growth, Oxford 1964, S. 83 ff.

men des verwendeten Modells der Wirtschaft ausübt, ist es nötig, die Markttransaktionen bei den Gütern zu beschreiben und die Rolle des Geldes hierbei zu kennzeichnen. Der Übergang eines Gutes aus dem Verfügungsbereich einer Wirtschaftseinheit in den Verfügungsbereich einer anderen Wirtschaftseinheit erfolgt nicht durch Tausch, d.h. durch die Übergabe eines Gutes gegen den Erhalt eines anderen Gutes, sondern durch Kauf und Verkauf gegen Geld als Verrechnungseinheit.[1] Jeder Haushalt und jede Unternehmung hat ein Konto, auf dem Kauf und Verkauf mit ihren geldmäßigen Äquivalenten aufgezeichnet werden. Um dieses zu erhalten, wird angenommen, daß der Preis eines Gutes die Menge der Verrechnungseinheit Geld ist, die für den Kauf einer Einheit des jeweiligen Gutes aufgewendet werden muß, bzw. die man durch den Verkauf einer Einheit des jeweiligen Gutes erhält. Das geldmäßige Äquivalent des Kaufes einer bestimmten Menge eines Gutes ist dann das Produkt aus Menge mal Preis und soll Ausgabe heißen; entsprechend wird das geldmäßige Äquivalent eines Verkaufs festgelegt. Es soll Einnahme genannt werden. Ein Kauf einer Wirtschaftseinheit wird durch eine Lastschrift, ein Verkauf einer Wirtschaftseinheit dagegen durch Gutschrift auf seinem Konto erfaßt, und zwar jeweils in Höhe der Ausgabe bzw. Einnahme der betreffenden Markttransaktion.[2)3)]

---

1) Die Notwendigkeit, mit Kauf und Verkauf statt mit Tausch zu arbeiten, ergibt sich aus der Inpraktikabilität des multilateren Tausches zwischen mehr als zwei Personen und bei mehr als zwei Gütern. Vgl. z.B. Schneider, H., Mikroökonomie, a.a.O., S. 35

2) E. Schneider unterscheidet zwischen Ausgaben und Einnahmen einerseits und Auszahlungen und Einzahlungen andererseits, wobei Ausgaben und Einnahmen das geldmäßige Äquivalent von Kauf und Verkauf sind und Auszahlung und Einzahlung auf Kassenvorgänge abstellen. In Zusammenhang der getroffenen Annahmen entsprechen die Gut- und Lastschriften den Kassenvorgängen bei Schneider. Auf diese kommt es bei Kauf und Verkauf auch hier an. Da jedoch in dieser Arbeit wie bei Schneider keine Kreditkäufe und -verkäufe vorkommen, wird in Anlehnung an Schneider auf die Unterscheidung verzichtet und nur die Begriffe Ausgaben und Einnahmen verwendet. Vgl. Schneider, E., Wirtschaftlichkeitsrechnung, Tübingen 1962, S. 6

3) Geld als Verrechnungseinheit wird von keiner Wirtschaftseinheit gehalten. Es beeinflußt nicht die Nutzenfunktionen der Haushalte und dient nicht als Wertaufbewahrungsmittel. Später wird deutlich, daß das Kon-

Am Kapitalmarkt wird das Geld als Verrechnungseinheit, das allgemeine Kaufkraft darstellt, am Anfang jeder Periode gehandelt. Es ist in einem Anleihepapier verbrieft. In ihm ist angegeben, welche Menge an Geld gegen Übergabe des Anleihepapiers hinzugeben ist. Die kaufende Wirtschaftseinheit wird Kreditgeber, die verkaufende Wirtschaftseinheit wird Kreditnehmer genannt. Der Kauf einer Anleihe soll als Finanzinvestition bezeichnet werden. Ein am Anfang der Periode t genommener Kredit muß am Anfang der (t+1)-ten Periode zurückgezahlt werden. Es wird angenommen, daß dies immer in voller Höhe geschieht. Die Laufzeit jeder Anleihe ist somit eine Periode. Für die Aufnahme eines Kredits muß an den Kreditgeber eine Gebühr gezahlt werden. Die Gebühr soll Zins heißen. Der Zins muß bei der Rückzahlung des Kredits entrichtet werden. Der Zins je Geldeinheit wird als Zinssatz bezeichnet und ist als Preis für die Aufnahme eines Kredits zu interpretieren. Er kann auch als Prozentsatz angegeben werden. Der Marktzinssatz der t-ten Periode sei mit r_t angegeben. r_t ist für alle Wirtschaftseinheiten gleich und kann von keiner einzelnen Wirtschaftseinheit beeinflußt werden. Alle Haushalte und alle Unternehmungen haben unter den genannten Bedingungen freien Zugang zum Kapitalmarkt.

Die aufgeführten Eigenschaften des Kapitalmarktes beschreiben einen vollkommenen Kapitalmarkt.[1] Es ist klar, daß der vollkommene Kapitalmarkt

---

kurrenzsystem nur Preisverhältnisse festlegt. Um die absoluten Geldpreise der Güter zu erhalten, ist es dann nötig, den Geldpreis eines Gutes willkürlich anzusetzen.
Dieses Gut wird im allgemeinen numéraire genannt. Da das Geldpreisverhältnis zweier Güter auch als Austauschrelation der Gütermengen interpretiert werden kann, ist der numéraire auch als das Gut aufzufassen, in dessen Mengeneinheiten die "Tauschpreise" der anderen Güter angegeben werden können. Zum angeschnittenen Problem vgl. Henderson J.M. u. Quandt, R.E., a.a.O., S. 141/2.

1) Zum Konzept eines vollkommenen Kapitalmarkts vgl. auch Henderson, J.M. u. Quandt, R.E., a.a.O., S. 226 ff. Zu den weiteren Ausführungen zum Kapitalmarkt vgl. teilweise ebenfalls a.a.O.

einen hohen Grad an Abstraktion besitzt und keineswegs auch nur annähernd eine reale Kapitalmarktsituation wiedergibt. Sie ist durch eine Vielzahl von Kreditformen und Wertpapierarten gekennzeichnet, wobei nach Fristigkeit, Zinshöhe und anderen Kreditkonditionen unterschieden wird. Dennoch ist das abstrakte Konzept eines vollkommenen Kapitalmarktes nicht nutzlos. Auf seiner Basis lassen sich eine Reihe grundsätzlicher Ergebnisse ableiten, die dann für komplexere Zusammenhänge am Kapitalmarkt erweitert werden können. Allerdings wird das nur möglich sein, wenn man gleichzeitig etliche Annahmen modifiziert, die das Gesamtmodell der Wirtschaft betreffen. So ist die Differenzierung des konkreten Kapitalmarktes vor allem auf die Einbeziehung zusätzlicher Funktionen des Geldes und die Berücksichtigung der Faktoren Unsicherheit und Risiko in der unterschiedlichsten Form ihrer Auswirkung auf das Wirtschaftsgeschehen zurückzuführen. Alle diese Aspekte haben aber auch Einfluß auf die Gestalt und den Ablauf der Konsum- und Produktionsprozesse der Wirtschaft, so daß dort ebenfalls Änderungen vorzunehmen sind.

Die Menge an Anleihepapieren einer Wirtschaftseinheit am Anfang der Periode t nach erfolgten Markttransaktionen ausgedrückt durch die Höhe des in ihnen verbrieften Geldbetrages soll mit a_t bezeichnet werden. a_t soll für einen Kreditgeber positiv und für einen Kreditnehmer negativ sein. a_t gibt die Höhe der Forderung des Kreditgebers bzw. die Rückzahlungsverpflichtung des Kreditnehmers am Anfang der t-ten Periode an.

Wird ein in der Periode t gegebener Kredit für länger als eine Periode beabsichtigt, so kann in jeder Periode eine erneute Anlage am Kapitalmarkt erfolgen. Werden die Zinsen jeweils mit zum Anleihekauf verwendet, so erhält man für den Wert einer Finanzinvestition in Höhe von a_{t_1} in der Periode t_2 $(t_2 > t_1)$

$$(20) \qquad a_{t_1} (1 + r_{t_1}) (1 + r_{t_1+1}) \ldots (1 + r_{t_2-1})$$

Der Gesamtertrag R kann mit

(21) $$R = a_{t_1} (1 + r_{t_1}) (1 + r_{t_1+1}) \ldots (1 + r_{t_2-1}) - a_{t_1}$$

angegeben werden. Der durchschnittliche Marktertrag[1] ist dann

(22) $$\xi_{t_1, t_2} = \frac{R}{a_{t_1}} = (1+r_{t_1}) (1+r_{t_1+1}) \ldots (1+r_{t_2-1}) - 1$$

(22) kann zur Verkürzung der Schreibweise in später verwendeten Relationen dienen, wenn das Produkt $(1+r_{t_1}) (1+r_{t_1+1}) \ldots (1+r_{t_2-1})$ auftaucht. Aus (22) hat man ja

(23) $$1 + \xi_{t_1, t_2} = (1+r_{t_1}) (1+r_{t_1+1}) \ldots (1+r_{t_2-1})$$

$(1+\xi_{t_1, t_2})$ soll Aufzinsungsfaktor von Periode t_1 nach Periode t_2 genannt werden. Bei r_t konstant gleich r vereinfacht sich (23) zu

(24) $$(1+\xi_{t_1, t_2}) = (1 + r)^{t_2 - t_1}$$

Es ist zweckmäßig festzulegen, daß gilt

(25) $$\xi_{tt} = 0$$

Gleichzeitiger Kauf und Verkauf eines Anleihepapiers ergibt nämlich keinen Zinsertrag.

Die für einen Kreditgeber angestellten Überlegungen sind entsprechend auf einen Kreditnehmer anwendbar.

---

1) Der durchschnittliche Marktertrag ξ_{t_1, t_2} ist nicht zu verwechseln mit dem durchschnittlichen Marktzins im Sinne einer Durchschnittsbildung über die Zinssätze r_t. Solch einen durchschnittlichen Zinssatz r_{t_1, t_2} könnte man definieren mit

$$(1+r_{t_1, t_2})^{t_2 - t_1} = (1+r_{t_1}) (1+r_{t_1+1}) \ldots (1+r_{t_2-1}) \qquad t_2 > t_1$$

Aus der Konstruktion des Kapitalmarktes folgt, daß eine Wirtschaftseinheit Geldbeträge, die zu unterschiedlichen Zeitpunkten in gleicher Höhe zu zahlen sind, nicht gleich behandelt. Indem sie die Beträge auf einen einheitlichen Zeitpunkt (Basiszeitpunkt) bezieht, kann sie die Zahlungen miteinander vergleichen. Unter der Voraussetzung gegebener Preise kann z.B. ein Haushalt für einen höheren Geldbetrag zum Basiszeitpunkt auch ein höheres Nutzenniveau erreichen. Es wird daher den höheren Geldbetrag einem niedrigeren vorziehen.

Als Basiszeitpunkt wird im allgemeinen der Anfang der ersten Periode gewählt. Man bezeichnet den auf diesen Zeitpunkt bezogenen Wert des Geldbetrages der Periode t als seinen Gegenwartswert. Der Geldbetrag zum Zeitpunkt t sei z.B. z_t. Der Geldbetrag z'_1, der am Anfang der Periode 1 angelegt werden kann und bei gegebenen Marktzinssätzen eine Rückzahlungsforderung in Höhe von z_t am Anfang der Periode t erbringt, bzw. der Geldbetrag z'_1, der am Anfang der Periode 1 aufgenommen werden kann und bei den gegebenen Marktzinssätzen zu einer Rückzahlungsverpflichtung in Höhe von z_t am Anfang der Periode t führt, ist der zu z_t äquivalente Geldbetrag oder der Gegenwartswert von z_t. Der Bildung eines Gegenwartswertes liegen also bestimmte Transaktionen am Kapitalmarkt zugrunde.

Er ist aus

$$(26) \qquad z'_1 (1 + r_1) (1 + r_2) \ldots (1 + r_{t-1}) = z_t$$

zu ermitteln.

Aus (26) hat man

$$(27) \qquad z'_1 = z_t \left[(1 + r_1) (1 + r_2) \ldots (1 + r_{t-1}) \right]^{-1}$$

oder mit (23)

$$(28) \qquad z'_1 = z_t (1 + \xi_{1t})^{-1}$$

Entsprechend erhält man den Gegenwartswert (Kapitalwert) K für eine Reihe von Geldbeträgen $z_1, \ldots, z_T$ mit

$$(29) \qquad K = \sum_t z_t (1+ \xi_{1t})^{-1}$$

$(1 + \xi_{1t})^{-1}$ wird häufig als Abzinsungsfaktor (Diskontierungsfaktor) und die verwendeten r_t als Diskontierungsraten bezeichnet. z_t können z. B. die von einem Haushalt geplanten Einnahmen und Ausgaben sein.

Bei konstantem r_t gleich r wird (29) zu

$$(29') \qquad K = \sum_t z_t (1 + r)^{-(t-1)}$$

In dieser Form taucht der Gegenwartswert in der Literatur zumeist auf.

Neben Gegenwartswerten werden in der Nutzen-Kosten-Analyse zuweilen auch Endwerte (Basiszeitpunkt = T) verwendet.[1] Sie sind mit dem Aufzinsungsfaktor zu bilden. Solange man mit einem vollkommenen Kapitalmarkt arbeitet, ist es gleichgültig, welchen Basiszeitpunkt man wählt. Anders kann es sein, wenn diese Annahme aufgegeben wird. Es muß dann ein zieladäquater Bezugszeitpunkt gesucht werden.

---

1) Vgl. z. B. Mishan, E., a. a. O., S. 235 ff.

2. Das Gleichgewicht eines Haushalts

2.1. Die Ableitung des Gleichgewichts auf der Basis der Nutzenfunktion

Der Haushalt i hat die in Abschnitt a) 1. entwickelte Nutzenfunktion:

$$(30) \qquad U_i = U_i (x_{11i}, \ldots, x_{n1i}, \ldots, x_{1Ti}, \ldots, x_{nTi})$$

Er kann am Markt in jeder Periode Konsumgüter kaufen und eigene Arbeitsleistungen verkaufen. Die Preise p_{jt}, die der i-te Haushalt für das j-te Gut zum Zeitpunkt t zahlen muß bzw. erhält, sind fest vorgegeben und können daher von ihm nicht beeinflußt werden. Zu den am Markt geltenden Preisen eines Gutes kann er beliebige Mengen verkaufen bzw. kaufen. Jeder Haushalt soll in jeder Periode eine Ausstattung mit Arbeitsleistungen haben und die Mengen an Arbeitsleistung in jeder Periode kennen. Es wird davon ausgegangen, daß die abgegebene Arbeitsleistung eines Haushalts in jeder Periode kleiner ist als seine Ausstattung, d.h. es werden nur innere Lösungen seines Planungsproblems untersucht. Die Differenz zwischen Arbeitsleistungspotential und verkaufter Arbeitsleistung ist die Freizeit des Haushalts. Sie wird in der Präferenzfunktion nur indirekt dadurch berücksichtigt, daß unterstellt wird, die Abgabe von Arbeitsleistungen verursache Arbeitsleid, d.h. je höher die geleistete Arbeit (also je kürzer die zur Verfügung stehende Freizeit) um so niedriger ist ceteris paribus das Nutzenniveau[1]. Im allgemeinen besitzt jede Einzelperson in jeder Periode nur eine Art von Arbeitsleistung. Ein Haushalt kann jedoch mehrere Arten haben. Allerdings hat auch ein Haushalt nur wenige der in der Wirtschaft insgesamt vorhandenen Arten an Arbeitsleistung. Andere als eigene Arbeitsleistungen gehen in die Präferenzfunktion eines Haushalts nicht ein. In (30) werden fremde Arbeitsleistungen mit Null

---

1) Vgl. auch Debreu, G., a.a.O., S. 30/31 und 50/51. Zur Berücksichtigung der Freizeit statt der geleisteten Arbeitszeit in der Nutzenfunktion vgl. z.B. Richter, R., a.a.O., S. 39/40

erfaßt. Die Art einer Arbeitsleistung eines Haushalts kann sich im Laufe der Zeit ändern. Die Ursache hierfür ist in erster Linie die Schul- und Berufsausbildung des betreffenden Haushaltsmitglieds. Die zeitliche Veränderung einer Arbeitsleistung wird als exogen vorgegeben betrachtet, also im System der Wirtschaft selbst nicht erklärt.

Durch den Verkauf seiner Arbeitsleistungen erzielt der Haushalt i in jeder Periode t Einnahmen, die entsprechend der Veränderung der Arbeitsleistungen und den in den einzelnen Perioden möglicherweise unterschiedlichen Preisen variieren und die er zum Kauf von Konsumgütern verwendet. Konsumgüter muß er am Markt kaufen, da er von ihnen keine Erstausstattung hat.

Neben diesen Einnahmen erhält der i-te Haushalt Gewinnanteile von den Unternehmungen, an denen er Eigentum besitzt. Bezeichnet man den Gewinn der k-ten Unternehmung mit G_k und den Anteil des i-ten Haushalts daran mit $\theta_{ik} (1 \geq \theta_{ik} \geq 0)$, so ergibt sich für den Haushalt eine zusätzliche Einnahme in Höhe von $\sum_k \theta_{ik} G_k$. Es soll angenommen werden, daß diese Einnahme am Anfang der 1. Periode anfällt. Im nächsten Abschnitt über das Gleichgewicht einer Unternehmung wird erörtert, wie der Gewinn einer Unternehmung definiert werden soll. Es gilt $\sum_i \theta_{ik} = 1$, d.h. die Gewinne der k-ten Unternehmung werden voll an die Eigentümer ausgeschüttet. Die Gewinne sind für die Haushalte fest vorgegeben und von ihnen nicht beeinflußbar. Die Verteilung der Einnahmen eines Haushalts über die T Perioden werden in der Regel von der gewünschten zeitlichen Verteilung der Konsumausgaben abweichen.[1] Durch Transaktionen am Kapitalmarkt, also durch Kreditvergabe bzw. -aufnahme, kann der Haushalt die gewünschte Konsumverteilung über die Zeit mit der Einnahmenentwicklung aus Gewinnanteilen und verkauften Arbeitsleistungen (seiner Einkommensentwicklung) in Einklang bringen. Die Möglichkeiten der Kreditaufnahme sollen eingeschränkt werden, da der Haushalt i seine Konsumausgaben sonst unbegrenzt ausdehnen könnte.

---

1) Zu den folgenden Ableitungen, die zur Bestimmung der Budgetrestriktion führen, vgl. auch Henderson, J.M. u. Quandt, R.E., a.a.O., 230-232

Es wird daher angenommen, daß er nach Erreichen des Zeithorizonts keine Schulden hinterlassen darf. Zur Vereinfachung soll ebenfalls kein Endbestand an Guthaben vorhanden sein. Man hat also

$$(31) \qquad a_{Ti} = 0$$

Wenn T etwa die Lebenszeit des Haushaltsvorstandes angibt und der Haushalt danach aufgelöst wird, dann bedeutet die Bedingung (31), daß dieser weder Schulden noch Vermögen als Erbschaft hinterläßt. (31) könnte dadurch modifiziert werden, daß man einen endlichen positiven oder negativen Wert von a_T zuläßt.
Es soll ferner unterstellt werden, daß der Haushalt i am Anfang der 1. Periode weder Schulden noch Vermögen übernimmt. Dies sei angegeben durch

$$(32) \qquad a_{0i} = 0$$

Die Bedingung (31) stellt die Budgetbeschränkung des Haushalts i dar, wobei a_T von den Preisen der Güter, seinem Güterbündel und seinen Gewinnanteilen abhängt. Die Relation zwischen a_T und den genannten Größen kann in folgender Weise bestimmt werden.
Der Anleihebestand des Haushalts i in der Periode t kann mit

$$(33) \qquad a_{ti} - a_{t-1,i} + S_{ti}$$

angegeben werden. S_{ti} ist die Ersparnis des i-ten Haushalts in der t-ten Periode. Die Ersparnis der 1. Periode ergibt sich aus

$$(34) \qquad S_{1i} = \sum_k \theta_{ik} G_k - \sum_j p_{j1} x_{j1i}$$

Für die Ersparnis der Periode t (t = 2, ..., T) hat man dagegen

$$(35) \qquad S_{ti} = a_{t-1,i} \; r_{t-1} - \sum_j p_{jt} x_{jti}$$

Aus (33) kann durch iterative Anwendung von (34) und (35) a_{Ti} in Abhängigkeit von den genannten Größen gewonnen werden. Man erhält:

(36)
$$a_{1i} = S_{1i} = \sum_k \theta_{ik} G_k - \sum_j p_{j1} x_{j1i}$$

$$a_{2i} = (\sum_k \theta_{ik} G_k - \sum_j p_{j1} x_{j1i}) (1+r_1) - \sum_i p_{j2} x_{j2i}$$

$$a_{3i} = (\sum_k \theta_{ik} G_k - \sum_j p_{j1} x_{j1i}) (1+r_1) (1+r_2)$$

$$- (\sum_j p_{j2} x_{j2i}) (1+r_2) - \sum_j p_{j3} x_{j3i}$$

.....

$$a_{Ti} = \sum_k \theta_{ik} G_k (1+\xi_{1T}) - \sum_t \sum_j p_{jt} x_{jti} (1+\xi_{tT})$$

Aus (31) und (36) ergibt sich nach Division mit $(1 + \xi_{1T})$

(37)
$$\sum_t \sum_j p_{jt} x_{jti} (1+\xi_{1t})^{-1} = \sum_k \theta_{ik} G_k$$

Die Budgetbeschränkung des Haushalts i soll in der Form der Bedingung (37) verwendet werden.

Wenn man mit M_{1i} die Menge der Indices der Faktoren und mit M_{2i} die Menge der Indices der Konsumgüter des Haushalts i bezeichnet, dann kann man (37) umschreiben in

$$(38) \qquad \sum_k \theta_{ik} G_k - \sum_t \sum_{j \in M_{1i}} p_{jt} x_{jti} (1+\xi_{1t})^{-1} = \sum_t \sum_{j \in M_{2i}} p_{jt} x_{jti} (1+\xi_{1t})^{-1}$$

In (38) kommt zum Ausdruck, daß für jeden Haushalt die Summe aus den Gewinnanteilen und dem Gegenwartswert des Arbeitseinkommens gleich dem Gegenwartswert der Konsumausgaben sein muß, wenn die Möglichkeiten der Kreditaufnahme und -vergabe durch (31) und (32) beschränkt sind.

Der Haushalt i maximiere nun seinen Nutzen unter der durch den Kapitalmarkt und die Gütermärkte bestimmten Budgetrestriktion (37). Das so ermittelte optimale Güterbündel des Haushalts i soll als sein optimaler Verbrauchsplan bezeichnet werden. Es beschreibt zugleich das unter den herrschenden Preisen und Zinssätzen erreichbare Gleichgewicht des Haushalts i. Die notwendigen Bedingungen für ein Gleichgewicht erhält man, indem man die 1. Ableitungen der Lagrangefunktion

$$(39) \qquad U_i^* = U_i + \lambda_i \left(\sum_k \theta_{ik} G_k - \sum_t \sum_j p_{jt} x_{jti} (1+\xi_{1t})^{-1} \right)$$

bildet und gleich Null setzt. Man hat

$$(40) \qquad \frac{\partial U_i^*}{\partial x_{jti}} = \frac{\partial U_i}{\partial x_{jti}} - \lambda_i p_{jt} (1+\xi_{1t})^{-1} = 0$$

und

$$(41) \qquad \frac{\partial U_i^*}{\partial \lambda_i} = \sum_k \theta_{ik} G_k - \sum_t \sum_j p_{jt} x_{jti} (1+\xi_{1t})^{-1} = 0$$

Aus (40) ergibt sich

$$(42) \qquad - \frac{\partial x_{j_1,t_1,i}}{\partial x_{j_2,t_2,i}} = \frac{p_{j_2,t_2} (1+\xi_{1t_2})^{-1}}{p_{j_1,t_1} (1+\xi_{1t_1})^{-1}}$$

d.h. Haushalt i paßt die Grenzrate der Substitution zweier beliebiger Güter, die in seine Nutzenfunktion eingehen, dem umgekehrten Verhältnis der diskontierten Preise (der Gegenwartswerte der Preise) an. Für $t_1 = t_2 = t$ hat man die intratemporale Abstimmung auf die Preise mit

$$(43) \quad -\frac{\partial x_{j_1,t,i}}{\partial x_{j_2,t,i}} = \frac{p_{j_2,t}}{p_{j_1,t}}$$

Die Bedingungen (43) entsprechen den bekannten Bedingungen des Haushaltsgleichgewichts über nur eine Periode. Die intratemporale Anpassung der Haushalte an die Preise ist mithin von den Marktzinssätzen unabhängig. Da die Bedingungen der strengen Konvexität für die Präferenzfunktionen der Haushalte erfüllt sein sollen (die Bedingungen 2. Ordnung für ein Gleichgewicht des Haushalts i sind gegeben), kann aus den notwendigen Bedingungen (43) nun zusammen mit der Budgetrestriktion (37) der optimale Verbrauchsplan ermittelt werden.

2.2. Die Ableitung des Gleichgewichts auf der Basis der Zeitpräferenzfunktion[1)]

Das Planungsproblem des Haushalts i kann noch in anderer Weise formuliert werden. Dabei wird die Rolle des Kapitalmarktes deutlicher als in der obigen Darstellung. Wie aus Relation (43) des vorigen Abschnitts zu ersehen war, haben die Marktzinssätze auf die intratemporale Anpassung der Haushalte an die Gütermärkte keinen Einfluß. Dies legt es nahe zu versuchen, die intertemporale Funktion der Zinssätze in Bezug auf die zeitliche Struktur der Einnahmen und Ausgaben eines Haushalts zu untersuchen.
Zur Vereinfachung der Analyse wird angenommen, daß die Mengen der Faktoren eines Haushalts nicht in seine Präferenzfunktion eingehen und von ihm mit einem exogen vorgegebenen Prozentsatz (kleiner oder gleich 100%) der Höhe seiner Ausstattung eingesetzt werden. Auf diese Weise braucht nur die zeitliche Struktur der Konsumausgaben ins Auge gefaßt zu werden.

Die Optimierungsaufgabe des i-ten Haushalts soll nun in zwei Teilaufgaben zerlegt werden. 1. Es ist die optimale Struktur der Konsumausgaben über

---

1) Die Ausführungen dieses Abschnitts basieren teilweise auf Henderson, J.M. u. Quandt, R.E., a.a.O., S. 234-238

die T Perioden zu bestimmen. 2. Die Konsumausgaben jeder Periode sind im Sinne der Relation (43) des vorigen Abschnitts, nämlich

$$(44) \qquad -\frac{\partial x_{j_1,t,i}}{\partial x_{j_2,t,i}} = \frac{p_{j_2,t}}{p_{j_1,t}}; \; j_1, \; j_2 \; \epsilon \; M_{2i}$$

optimal auf den Kauf der unterschiedlichen Konsumgüter zu verteilen. Die Konsumausgaben der Periode t des Haushalts seien mit c_{ti} bezeichnet. Es gilt

$$(45) \qquad c_{ti} = \sum_{j \epsilon M_{2i}} p_{jt} \, x_{jti}$$

Die Anzahl der Konsumgüter des i-ten Haushalts in der Periode t sei für alle t konstant und mit m_{2i} angegeben.

Mit der Nutzenfunktion, den T Konsumgrößen aus (45) und den $(m_{2i}-1)$ T voneinander unabhängigen Bedingungen (44) hat man für den Haushalt i $(m_{2i} \cdot T + 1)$ Relationen in $(m_{2i} \cdot T + T + 1)$ Variablen U_i, c_{ti} und x_{jti} $(j \epsilon M_{2i})$.

Die x_{jti} lassen sich unter bestimmten Bedingungen mit Hilfe von $m_{2i} \cdot T$ der Gleichung eleminieren. Die verbleibenden Variablen können zu der Zeitpräferenzfunktion des Haushalts i zusammengefaßt werden mit

$$(46) \qquad V_i = V_i \, (c_{1i}, \ldots, c_{Ti})$$

Die Zeitpräferenzfunktion gibt zu jeder zeitlichen Konsumstruktur das maximal erreichbare Nutzenniveau bei gegebenem Konsumgüterpreissystem an.

Die Grenzrate der Substitution zwischen Konsumausgaben zu einem Zeitpunkt t_1 und einem Zeitpunkt t_2 gibt den Betrag an Konsumausgaben an, um den man $c_{t_2,i}$ verändern muß, wenn man $c_{t_1,i}$ verändert und der i-te Haushalt das gleiche Nutzenniveau behalten soll, das er vor der Veränderung hatte.

Mit

$$(47) \qquad \eta_{t_1, t_2, i} = - \frac{\partial c_{t_2, i}}{\partial c_{t_1, i}} - 1 \qquad (t_2 > t_1)$$

hat man die Rate, mit der man $c_{t_2, i}$ verändern muß, wenn $c_{t_1, i}$ variiert wird. Sie soll daher als (marginale) Zeitpräferenzrate des i-ten Haushalts zwischen den Perioden t_1 und t_2 bezeichnet werden. Da die Zeitpräferenzfunktion ohne Zuhilfenahme der Zinssätze des Kapitalmarktes abgeleitet wurde, sind natürlich auch die marginalen Zeitpräferenzraten eines Haushalts von den Marktzinssätzen unabhängig.

Die Bestimmung des optimalen Verbrauchsplans des i-ten Haushalts erfolgt nun durch Maximierung der Zeitpräferenzfunktion unter der Nebenbedingung seiner Budgetrestriktion. Dazu wird die Budgetrestriktion (37) des vorigen Abschnitts umgeschrieben, indem man (45) verwendet und für das Arbeitseinkommen der t-ten Periode e_{ti} festlegt.

$$(48) \qquad e_{ti} = - \sum_{j \in M_{1i}} p_{jt} x_{jti}$$

Es ergibt sich dann

$$(49) \qquad \sum_k \theta_{ik} G_k + \sum_t (e_{ti} - c_{ti}) (1 + \xi_{1t})^{-1} = 0$$

Die 1. Ableitungen der Lagrangefunktion

$$(50) \qquad V_i^* = V_i + \lambda_i^* \left(\sum_k \theta_{ik} G_k + \sum_t (e_{ti} - c_{ti}) (1 + \xi_{1t})^{-1} \right)$$

gleich Null gesetzt erbringen die Bedingungen 1. Ordnung:

$$(51) \qquad \frac{\partial V_i^*}{\partial c_{ti}} = \frac{\partial V_i}{\partial c_{ti}} - \lambda_i (1 + \xi_{1t})^{-1} = 0$$

und

(52) $$\frac{\partial V_i^*}{\partial \lambda_i^*} = \text{Nebenbedingung (49)}$$

Aus (51) erhält man schließlich

(53) $$-\frac{\partial c_{t_2,i}}{\partial c_{t_1,i}} = \frac{(1+\xi_{1t_1})^{-1}}{(1+\xi_{1t_2})^{-2}}$$

oder mit Berücksichtigung von (47)

(54) $$\eta_{t_1,t_2,i} = \xi_{t_1,t_2}$$

d.h. der i-te Haushalt paßt die marginalen Zeitpräferenzraten zwischen den Perioden t_1 und t_2 den durchschnittlichen Ertragsraten des Marktes an, die ja von den entsprechenden Zinssätzen des Kapitalmarktes abhängen. Solange die Zeitpräferenzrate eines Haushalts unter dem Marktertrag liegt, lohnt es sich für ihn, am Kapitalmarkt als Anbieter von Kaufkraft aufzutreten. Wenn der Marktertrag jedoch kleiner ist als die Zeitpräferenzrate, dann wird er am Kapitalmarkt Kaufkraft nachfragen.[1] (54) gibt seine Gleichgewichtslage an.

Die Bedingungen (44) und (54) für einen intra- und intertemporal optimalen Verbrauchsplan sind äquivalent zu den entsprechenden Bedingungen (42) des vorigen Abschnitts. Die Bedingungen (54) bringen dabei zum Ausdruck, daß der Kapitalmarkt allein die zeitliche Anpassung der Einnahmen- mit der Ausgabenstruktur besorgt. Die Preise der Güter dagegen spielen sowohl für die intratemporale als auch intertemporale Allokation eines Haushalts eine Rolle.

Für den Fall nur zweier Perioden kann die Ermittlung des optimalen Verbrauchsplans anhand einer einfachen Graphik dargestellt werden. Hierbei wird auf den Index i verzichtet. Der Gegenwartswert der Einnahmen des Haushalts sei mit e bezeichnet. Die Budgetgerade ist dann:

---

1) Für $t_1 = t$ und $t_2 = t+1$ erhält man (54') $\eta_{t,t+1,i} = i_t$
d.h. die marginale Zeitpräferenzrate zwischen je zwei Perioden muß immer gleich dem Marktzinssatz zwischen den Perioden sein.

(55) $\quad e - c_1 - c_2 (1 + r_1)^{-1} = 0$

In der Abb. 1 ist die Budgetgerade mit BB eingezeichnet.

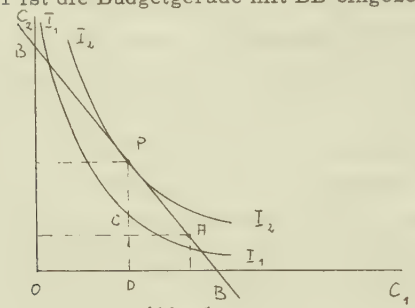


Abb. 1

Die Kurven I_1I_1 und I_2I_2 sind zwei Indifferenzkurven. Der Tangentialpunkt P beschreibt den optimalen Verbrauchsplan. Hier ist die Steigung der Budgetgeraden $-(1+r_1)$ gleich der Grenzrate der Substitution zwischen c_2 und c_1. Geben etwa die Koordinaten von A die Einnahmeverteilung über die beiden Perioden wieder, dann wird die optimale zeitliche Verteilung der Konsumausgaben durch eine Anlage des Betrages AC am Kapitalmarkt erreicht. $PC = AC\,(1+r_1)$ steht in der Periode 2 zusätzlich zu dem Arbeitseinkommen CD für Konsumausgaben zur Verfügung.

3. Das Gleichgewicht einer Unternehmung

3.1. Die Ableitung des Gleichgewichts auf der Basis der Produktionsfunktion

Die Unternehmung k hat die in Abschnitt a) 2. entwickelte Produktionsfunktion:

(56) $\quad f_k (Y_k) = 0$

Sie kann am Markt in jeder Periode Produktionsfaktoren kaufen und Produkte verkaufen. Die Preise $p_{\sigma t}$ ($p_{\sigma t}$ ist der Preis des Gutes σ in der Periode t) sind auch für jede Unternehmung k fest vorgegebene Größen und von ihr nicht beeinflußbar. Zum am Markt geltenden Preis eines Gutes kann sie beliebige Mengen kaufen bzw. verkaufen.

Der von ihr gewählte Produktionsprozess kann auch als Produktionsplan bezeichnet werden. Die Reihe der Einnahmen und Ausgaben, die man erhält, wenn man die Mengen der Güter eines Produktionsprozesses mit ihren Preisen bewertet, soll (geplante) Realinvestition (oder auch nur Investition) genannt werden.[1)]

Die Unternehmung k hat in der 1. Periode eine Erstausstattung an produzierten Produktionsfaktoren, die aus der Produktion von Vorperioden stammen. Sie ist unter der Voraussetzung in der Form der Produktionsfunktion berücksichtigt, daß sie im Laufe der T Perioden voll im Produktionsprozeß verbraucht wird.[2)] Sie gehört den Haushalten, deren Gewinnanteile θ_{ik} entsprechend den Eigentumsanteilen an ihr festgelegt sind. Analog zur Beschränkung der Vermögensposition der Haushalte wird für jede Unternehmung unterstellt, daß ihre Endausstattung mit unverkauften Produkten und nicht verbrauchten Produktionsfaktoren Null ist. Wenn man diese Bedingung modifizieren will, muß bedacht werden, daß es dann notwendig wird, in der Produktionsfunktion die Abschreibungen auf Investitionsgüter als Periodenanteil der Verminderung des Nutzungspotentials eines Investitionsgutes aufzunehmen.[3)]

Bei jeder Unternehmung sind Eigentum an der Unternehmung und Leitung der Unternehmung voneinander getrennt, d.h. ein Eigentümer einer Unternehmung kann nicht zugleich zu ihrem Manager bestellt sein. Unter dieser

---

1) In der Literatur wird meistens nur der den Faktoren entsprechende Wertestrom als Investition bezeichnet. (Vgl. etwa Schneider, E. Einführung in die Wirtschaftstheorie, II. Teil, 7. Auflage, Tübingen 1961, S. 230). Andererseits wird a.a.O., S. 231 hervorgehoben, daß zur vollständigen Beschreibung einer Realinvestition der Wertestrom der inputs und der outputs nötig ist. Es scheint daher zweckmäßig, den Begriff Realinvestition von vornherein so zu definieren, daß er die Ausgaben und die Einnahmen umfaßt.

2) Zur Einbeziehung der Erstausstattung an produzierten Produktionsfaktoren in die Form der Produktionsfunktion vgl. Malinvaud, E., Lectures ..., a.a.O., S. 237

3) Vgl. auch Fußnote 2 auf Seite 17

Voraussetzung ist es sinnvoll, daß eine Unternehmung den Zeitwert der Differenz zwischen Einnahmen und Ausgaben maximiert.[1] Als Basiszeitpunkt für den Zeitwert soll der Anfang der 1. Periode gewählt werden. Der Gegenwartswert der Einnahmen minus Ausgaben einer Unternehmung k soll als ihr Gewinn G_k bezeichnet werden. In der Literatur wird er auch häufig Kapitalwert eines Produktionsprozesses zum Zeitpunkt 1 genannt. Die Eigentümer der Unternehmung werden von ihr die Maximierung des Gewinns verlangen, da sie ceteris paribus ein umso höheres Nutzenniveau erreichen, je höher der ihnen zufließende Gewinn ist. Dies sieht man unmittelbar am Optimierungsproblem eines Haushalts unter der Nebenbedingung seiner Budgetrestriktion, in die ja der Gewinn anteilig eingeht. Der Gewinn muß darüberhinaus größer als Null sein, da sich die Produktion sonst nicht lohnt, weil das Nutzenniveau eines Haushalts für einen negativen Gewinn (Verlust) einer Unternehmung durch die Produktion gesenkt wird.[2]
Es ist klar, daß es bei vollkommenem Kapitalmarkt gleichgültig ist, wann der Gewinn einer Unternehmung ausgezahlt wird. Zur Vereinfachung der weiteren Argumentation wird (wie oben schon erwähnt) angenommen, daß der Gewinn einer Unternehmung k am Anfang der 1. Periode ausgezahlt wird.

Das Planungsproblem der k-ten Unternehmung kann nun formuliert werden. Zu maximieren ist der Kapitalwert der Produktion unter der Nebenbedingung der Produktionsfunktion. Die Bedingungen 1. Ordnung für das Gewinnmaximum der Unternehmung k ergeben sich, indem man die 1. Ableitungen der Lagrangefunktion

---

1) Zum Problem der Konsistenz von Gewinnmaximierung und Nutzenmaximierung als Ziele z.B. eines Einzelunternehmens vgl. Scitovsky, T., Welfare and Competition, London, 1969, S. 142 ff. und Quirk, J. u. Saposnik, R., Introduction to General Equilibrium Theory and Welfare Economics, New York 1968, S. 34-36

2) Die Methode der Auswahl eines oder mehrerer Produktionsprozesse aus einer beliebigen Anzahl von Produktionsprozessen nach ihrem Kapitalwert ist in der Literatur zur Investitionstheorie der Unternehmung als Kapitalwertverfahren bekannt.

$$(57) \qquad G_k^* = \sum_{\sigma} \sum_{t} p_{\sigma t} y_{\sigma tk} (1 + \xi_{1t})^{-1} + \mu_k f_k$$

bildet und gleich Null setzt. Man erhält:

$$(58) \qquad \frac{\partial G_k^*}{\partial y_{\sigma tk}} = p_{\sigma t} (1 + \xi_{1t})^{-1} + \mu_k \frac{\partial f_k}{\partial y_{\sigma tk}}$$

und

$$(59) \qquad \frac{\partial G_k^*}{\partial \mu_k} = f_k = 0$$

Aus (58) gewinnt man schließlich

$$(60) \qquad -\frac{\partial y_{\sigma_1, t_1, k}}{\partial y_{\sigma_2, t_2, k}} = \frac{p_{\sigma_2, t_2} (1 + \xi_{1t_2})^{-1}}{p_{\sigma_1, t_1} (1 + \xi_{1t_1})^{-1}}$$

d.h. die Unternehmung k paßt die Grenzrate der Transformation bzw. der technischen Substitution zweier Güter dem umgekehrten Verhältnis ihrer diskontierten Preise (der Gegenwartswerte der Preise) an. Für die intratemporale Ausrichtung der Produktion erhält man analog zu den entsprechenden Ergebnissen der Haushalte

$$(61) \qquad -\frac{\partial y_{\sigma_1, t, k}}{\partial y_{\sigma_2, t, k}} = \frac{p_{\sigma_2, t}}{p_{\sigma_1, t}}$$

sie ist also vom Kapitalmarkt unabhängig. Die Bedingungen (61) sind mit den bekannten Bedingungen für ein Gewinnmaximum der Unternehmung über nur eine Periode vergleichbar. Da die Produktionsfunktion der Unternehmung k den strengen Konvexitätsbedingungen genügt (die Bedingungen 2. Ordnung sind erfüllt), kann aus (61) zusammen mit der Produktionsfunktion der optimale Produktionsplan der Unternehmung k ermittelt werden. Er gibt zugleich ihr Gleichgewicht wieder.

Die Haushalte treten am Kapitalmarkt als Anbieter und Nachfrager von Kaufkraft auf. Ihre jeweilige Position richtet sich nach ihren Präferenzen und ihrer Einnahmenentwicklung. Es ist nun zu fragen, welche Rolle der Kapitalmarkt für eine Unternehmung spielt. Da sie im Rahmen des hier verwendeten Modells der Wirtschaft keine eigenen Mittel hat, weder in der Form von Einnahmeüberschüssen, die sie ja voll an die Haushalte ausschütten muß, noch in der Form von Beteiligungskapital [1], stehen ihr zur Finanzierung ihrer Ausgaben nur ihre Einnahmen aus dem Verkauf der von ihr erstellten Produkte zur Verfügung. Da die Einnahmenentwicklung jedoch normalerweise nicht so verläuft, daß die Einnahmen einer Periode die Ausgaben der gleichen Periode decken, muß sie auf dem Kapitalmarkt Kaufkraft nachfragen, die sie mit Einnahmeüberschüssen anderer Perioden später zurückzahlen muß. Nur die dann noch verbleibenden Einnahmeüberschüsse kann sie als Gewinn an die Haushalte ausschütten. Die Bildung des Kapitalwerts (als Gewinn) einer Unternehmung berücksichtigt diesen Sachverhalt.

Unter der bereits oben getroffenen Annahme, daß die Gewinne der Unternehmungen am Anfang der 1. Periode voll den Haushalten zuzuführen sind und daß jede Unternehmung nur einen Ausgabenüberhang durch Kapitalmarkttransaktionen deckt, kann man die Kapitalmarkttransaktionen einer Unternehmung k in folgender Weise beschreiben. Im Vorgriff auf alle Einnahmenüberschüsse fragt die Unternehmung k am Kapitalmarkt Kaufkraft nach, und in Erwartung aller Einnahmedefizite (Ausgabeüberhänge) bietet sie Kaufkraft an. [2] Bezeichnet man mit D_{tk} die Differenz zwischen Einnahmen E_{tk} und Ausgaben A_{tk} der Unternehmung k und gibt man mit O_{1k} die Menge der

---

1) Die Einführung von Beteiligungspapieren (z.B. Aktien) als zusätzliche Titel des Kapitalmarktes neben den Anleihen ist nicht konsistent mit den Annahmen des vollkommenen Kapitalmarktes

2) Zu dieser Vorstellung von den Kredittransaktionen, die der Bildung eines Kapitalwertes einer Realinvestition zugrundeliegen könnten, vgl. auch Hax, H., Investitionstheorie, Würzburg 1970, S. 20

Zeitindices an, für die $D_{tk} > 0$ (Einnahmeüberschuß), und mit O_{2k} die Menge der Zeitindices an, für die $D_{tk} < 0$ (Ausgabenüberhang), dann erhält man die Nachfrage N_{1k} nach Kaufkraft zum Zeitpunkt 1 mit

$$(62) \qquad N_{1k} = \sum_{t \in O_{1k}} D_{tk} \, (1 + \xi_{1t})^{-1}$$

und ihr Angebot an Kaufkraft mit

$$(63) \qquad \bar{A}_{1k} = \sum_{t \in O_{2k}} - D_{tk} \, (1 + \xi_{1t})^{-1}$$

Ihre Differenz ist nichts anderes als der Gewinn G_k, der annahmegemäß größer als Null sein muß, damit sich die Produktion lohnt. Man hat also

$$(64) \qquad G_k = N_{1k} - \bar{A}_{1k} > 0$$

d.h. aber, daß die Unternehmung zum Zeitpunkt 1 mehr Kaufkraft nachfragt als anbietet. Das ist auch einleuchtend, da sie zum Zeitpunkt 1 erstens den Gewinn auszahlen muß und zweitens für zukünftige und zum Zeitpunkt 1 möglicherweise auftretende Einnahmedefizite vorsorgen muß. Quelle für den Mittelbedarf für beide Zwecke ist die Aufnahme von Mitteln am Kapitalmarkt. Für eine beliebige Periode t_1 ergibt sich die Nachfrage $N_{t_1 k}$ und das Angebot $\bar{A}_{t_1 k}$ nach Kaufkraft aus

$$(65) \qquad N_{t_1 k} = \sum_{t \in O_{1k}} D_{tk} \, (1 + \xi_{1t})^{-1}$$

und $\qquad t \geq t_1 \qquad\qquad t < T$

$$(66) \qquad \bar{A}_{t_1 k} = \sum_{\substack{t \in O_{2k} \\ t \geq t_1}} - D_{tk} \, (1 + \xi_{1t})^{-1}$$

Allgemein kann zwar über die Relation zwischen Angebot $\bar{A}_{t_1 k}$ und Nachfrage $N_{t_1 k}$ nichts ausgesagt werden: Für den Normalfall jedoch liegen ein

Teil der Ausgaben eines Produktionsprozesses vor der Einnahmeerzielung. Dann ist $N_{t_1 k}$ in jeder Periode größer als $\overline{A}_{t_1 k}$. [1]

Das Entscheidungsproblem einer Unternehmung ist hier unter der Voraussetzung formuliert, daß sie unter einer unendlichen Anzahl in einer Produktionsfunktion zusammengefaßter Produktionsprozesse zu wählen hat, die sich technisch gegenseitig ausschließen, wobei alle Faktoren und Produkte vollständig gegeneinander substituierbar sind. In der Investitionstheorie der Unternehmung werden daneben eine Reihe anderer Probleme behandelt. Sie resultieren, wenn man einmal von dem Aspekt Risiko und Unsicherheit absieht, im wesentlichen aus einer anderen Formulierung der Produktionsbedingungen einer Unternehmung und aus der Modifizierung der Annahme, daß alle Märkte, insbesondere der Kapitalmarkt, vollkommen organisiert sind. Läßt man den letzten Gesichtspunkt unberücksichtigt, dann kann festgestellt werden, daß sich an der von den Unternehmungen im Rahmen des verwendeten Modells der Wirtschaft aus der Sicht der Haushalte zu verlangenden Orientierung der Produktion an ihrem Kapitalwert nichts ändert, wenn man andere als die der Analyse bisher zugrundegelegte Produktionsfunktionen verwendet. Es ist natürlich klar, daß die Bedingungen, unter denen der Produktionsplan optimal ist, anders aussehen als die oben abgeleiteten. Um sie etwa für den Fall einer endlichen Anzahl von Produktionsprozessen oder von verschiedenen (linear) limitationalen Produktionsfunktionen zu gewinnen, stehen die Verfahren der linearen und nichtlinearen Programmierung zur Verfügung.

Wenn hier die Beschränkung der Untersuchung des Entscheidungsproblems der Unternehmung auf substitutionale Produktionsfunktionen der entwickelten Art erfolgt, so deshalb, um zunächst einmal an einem relativ einfachen Fall zu zeigen, unter welchen Bedingungen die privatwirtschaftliche Entscheidung mit der gesamtwirtschaftlichen Zielsetzung vereinbar ist, um dann

---

1) Die Unternehmung baut in diesem Falle eine am Anfang des Produktionsprozesses herbeigeführte Schuldnerposition im Zeitablauf ab.

daraus wiederum Schlüsse für eine dezentrale staatliche Entscheidungsfindung zu ziehen. Die Nichtberücksichtigung eines unvollkommenen Kapitalmarktes resultiert aus dem gleichen Argument.

3.2. Die Ableitung des Gleichgewichts auf der Basis der Investitionsfunktion[1)]

Die Ermittlung des optimalen Produktionsplans einer Unternehmung k soll noch in anderer Weise formuliert werden, bei der die Funktion des Kapitalmarktes bei der intertemporalen Abstimmung der Produktion mit den Gütermärkten klarer hervortritt, wie das schon analog bei der Umformulierung der Nutzenmaximierung eines Haushalts auf der Grundlage seiner Zeitpräferenzfunktion der Fall war. Zu diesem Zweck soll eine Investitionsfunktion für die Unternehmung k

$$(67) \qquad I_k = I_k\,(A_{1k'}, \ldots, A_{Tk'}, E_{1k'}, \ldots, E_{Tk}) = 0$$

abgeleitet werden, die folgende zwei Eigenschaften hat. 1. Wenn alle Investitionsausgaben bis auf eine und alle Investitionseinnahmen gegeben sind, dann soll die restliche Investitionsausgabe die kleinstmögliche sein. 2. Wenn alle Investitionsausgaben und alle Investitionseinnahmen bis auf eine gegeben sind, dann soll die restliche Investitionseinnahme die größtmögliche sein. Dabei sei eine Investitionsausgabe A_{tk} definiert mit

$$(68) \qquad A_{tk} = -\sum_{\sigma \in \bar{M}_{1k}} p_{\sigma t}\, y_{\sigma tk}$$

und eine Investitionseinnahme E_{tk} mit

$$(69) \qquad E_{tk} = \sum_{\sigma \in \bar{M}_{2k}} p_{\sigma t}\, y_{\sigma tk}$$

$\bar{M}_{1k}$ sei die Menge der Indices der Faktoren und $\bar{M}_{2k}$ die Menge der Indices der Produkte der k-ten Unternehmung.

---

1) Zur formalen Ableitung vgl. teilweise Henderson, J.M. und Quandt, R.E., a.a.O., S. 244-247

Die Bedingungen 1. Ordnung für eine minimale Investitionsausgabe A_{tk} bei gegebenen sonstigen Ausgaben und Einnahmen erhält man durch die 1. Ableitungen der Lagrangefunktion.

$$(70) \qquad A^{*}_{tk} = - \sum_{\sigma \in \overline{M}_{1k}} p_{\sigma t} y_{\sigma tk} + \tau_k f^{*}_k (\bar{y}_{11k}, \ldots, \bar{y}_{n+k,\, t-1,\, k}, \ldots, y_{\sigma_1,\, t,\, k},$$

$$\ldots, \bar{y}_{\sigma_2,\, t,\, k}, \ldots, \bar{y}_{1,\, t+1,\, k}, \ldots, \bar{y}_{n+h,\, T,\, k})$$

die man dann gleich Null setzt. Es ergibt sich $\sigma_1 \in \overline{M}_{1k},\ \sigma_2 \in \overline{M}_{2k}$

$$(71) \qquad \frac{\partial A^{*}_{tk}}{\partial y_{\sigma+k}} = - p_{\sigma t} + \tau_k \frac{\partial f^{*}_k}{\partial y_{\sigma tk}} = 0 \qquad \sigma \in \overline{M}_{1k}$$

und

$$(72) \qquad \frac{\partial A^{*}_{tk}}{\partial \tau_k} = f^{*}_k = 0$$

Aus (71) hat man schließlich

$$(73) \qquad - \frac{\partial y_{\sigma_1,\, t,\, k}}{\partial y_{\sigma_2,\, t,\, k}} = \frac{p_{\sigma_2,\, t}}{p_{\sigma_1,\, t}} \qquad \sigma_1,\ \sigma_2 \in \overline{M}_{1k}$$

d.h. den Teil der intratemporalen Marginalbedingungen 1. Ordnung für einen optimalen Produktionsplan, der sich auf die Produktionsfaktoren bezieht. Analog zum Verfahren der ceteris paribus - Minimierung einer Investitionsausgabe kann man die Bedingungen 1. Ordnung für eine ceteris-paribus-Maximierung einer Investitionseinnahme mit

$$(74) \qquad - \frac{\partial y_{\sigma_1,\, t,\, k}}{\partial y_{\sigma_2,\, t,\, k}} = \frac{p_{\sigma_2,\, t}}{p_{\sigma_1,\, t}} \qquad \sigma_1,\ \sigma_2 \in \overline{M}_{2k}$$

ermitteln. Die Bedingungen (74) stellen den anderen Teil der intratemporalen Marginalbedingungen 1. Ordnung für einen optimalen Produktionsplan dar. Die Bedingungen (73) und (74) zusammen ergeben $(\overline{m}_k - 2)$ T von-

einander unabhängige Relationen.[1)]

Zusammen mit den 2T Relationen (68) und (69) und der Produktionsfunktion (56) des vorigen Abschnitts hat man $(\overline{\overline{m}}_k \cdot T + 1)$ Relationen in $(\overline{\overline{m}}_k \cdot T + 2T)$ Variablen. Mit $\overline{\overline{m}}_k \cdot T$ der Relationen lassen sich die Gütermengen $y_{\sigma tk}$ eliminieren und man erhält die Investitionsfunktion (67) in den 2 T Variablen A_{tk} und E_{tk}. Man kann nun Grenzraten der Transformation (bzw. Substitution) von Einnahmen und Ausgaben definieren mit

$$(75)\quad (a)\ \frac{\partial E_{t_2,k}}{\partial A_{t_1,k}},\quad (b)\ \frac{\partial E_{t_2,k}}{\partial E_{t_1,k}}\ \text{und}\ (c)\ \frac{\partial A_{t_2,k}}{\partial A_{t_1,k}} \qquad t_2 \geq t_1$$

(75) (a) gibt etwa die Möglichkeit der k-ten Unternehmung wieder, marginal in bestimmter durch (67) gegebener Weise Ausgaben in Einnahmen zu transformieren. Wenn man annimmt, daß $E_{t_1,k}$ und $E_{t_2,k}$ aus dem Verkauf von Produkten an die Haushalte erlöst wurden, dann kann (75) (b) als Grenzrate der Transformation von Konsum in der Periode t_1 in Konsum der Periode t_2 in der Unternehmung k interpretiert werden. Mit

$$(76)\qquad {}_1\rho_{t_1,t_2,k} = \frac{\partial E_{t_2,k}}{\partial A_{t_1,k}} - 1$$

und

$$(77)\qquad {}_2\rho_{t_1,t_2,k} = -\frac{\partial E_{t_2,k}}{\partial E_{t_1,k}} - 1$$

und

$$(78)\qquad {}_3\rho_{t_1,t_2,k} = -\frac{\partial A_{t_2,k}}{\partial A_{t_1,k}} - 1$$

sollen die den Transformations- bzw. Substitutionsraten (75) entsprechenden marginalen internen Ertragsraten der Unternehmung k angegeben wer-

1) $\overline{\overline{m}}_k$ ist dabei die im Zeitablauf konstante Anzahl der Güter der Unternehmung k, und setzt sich aus der Summe der Anzahl der im Zeitablauf konstanten Anzahl der Faktoren $\overline{\overline{m}}_{1k}$ und der im Zeitablauf konstanten Anzahl der Produkte $\overline{\overline{m}}_{2k}$ zusammen. Die Annahme der zeitlichen Konstanz kann leicht modifiziert werden, ohne die Ergebnisse in ihrem Kern zu verändern.

den.[1]

Interne Ertragsraten sollen sie genannt werden, da es sich um den Ertrag durch Einsatz von Mitteln innerhalb der Unternehmung, also um den internen Ertrag handelt. Im Gegensatz dazu könnte man die Ertragserzielung auf dem Kapitalmarkt als extern bezeichnen.

(76) gibt z.B. an, mit welchem marginalen internen Ertrag die Unternehmung bei der Vermehrung der Investitionsausgaben für die Periode t_1 in der Periode t_2 rechnen kann. Die Ertragsraten können positiv und negativ sein, je nachdem, welche Reihe von Gesamtausgaben und -einnahmen einer Investition vorliegen.

Die Bestimmung der Bedingungen 1. Ordnung kann nun durch Bilden der 1. Ableitungen der Lagrangefunktion

$$(79) \qquad G_k^* = \sum_t (E_{tk} - A_{tk})(1 + \xi_{1t})^{-1} + \mu_k^* I_k$$

erfolgen, wobei die 1. Ableitungen gleich Null zu setzen sind. Man erhält

$$(80) \qquad \frac{\partial G_k^*}{\partial E_{tk}} = (1 + \xi_{1t})^{-1} + \mu_k^* \frac{\partial I_k}{\partial E_{tk}} = 0$$

$$(81) \qquad \frac{\partial G_k^*}{\partial A_{tk}} = -(1 + \xi_{1t})^{-1} + \mu_k^* \frac{\partial I_k}{\partial A_{tk}} = 0$$

$$(82) \qquad \frac{\partial G_k^*}{\partial \mu_k^*} = I_k = 0$$

---

1) Hiervon zu unterscheiden ist der marginale interne Zinsfuß ${}_1\bar{r}_{t_1,t_2,k}$ einer Realinvestition der Unternehmung k, der z.B. für die Ertragsrate (76) definiert werden könnte mit

(76′) $\qquad 1 + {}_1\varrho_{t_1,t_2,k} = (1 + {}_1\bar{r}_{t_1,t_2,k})^{t_2 - t_1}$

Er ist also die pro Periode durchschnittlich erzielbare Ertragsrate einer Investitionsausgabe in der Unternehmung k zwischen den Perioden t_1 und t_2. Für $t_1 = t$ und $t_2 = t+1$ wird (76′) zu

(76″) $\qquad {}_1\varrho_{t,t+1,k} = {}_1\bar{r}_{t,t+1,k}$

d.h. die marginale interne Ertragsrate ist gleich dem marginalen internen Zinsfuß.

Aus (80) und (81) ergibt sich schließlich

$$(83) \qquad {}_1\rho_{t_1,t_2,k} = {}_2\rho_{t_1,t_2,k} = {}_3\rho_{t_1,t_2,k} = \xi_{t_1,t_2}$$

und damit, daß die Unternehmung k alle internen Ertragsraten einander gleichsetzt und diese wiederum der durchschnittlichen Ertragsrate des Kapitalmarktes anpaßt. [1] Aus (83) kann zusammen mit der Investitionsfunktion der optimale Produktionsplan (die optimale Investition) ermittelt werden, wenn die Bedingungen 2. Ordnung für die Investitionsfunktion erfüllt sind.

Die graphische Veranschaulichung der Ermittlung der optimalen Investition einer Unternehmung für den Fall nur zweier Perioden ist ohne Einschränkung der Variablen nicht möglich. Durch eine Graphik kann also nur ein Teilproblem der Optimierung deutlich gemacht werden. Es soll unterstellt werden, daß die Investitionsausgaben beider Perioden bereits festgelegt sind. Dann geht es nur noch um die optimale Abstimmung der Einnahmen mit dem Kapitalmarkt. Bei der folgenden Darstellung sei der Index k weggelassen. Für eine "Isogewinngerade" hat man

$$(84) \qquad G + A_1 + A_2 (1 + r_1)^{-1} = E_1 + E_2 (1+r_1)^{-1}$$

Zwei beliebige Isogewinngeraden sind in Abb. 2 mit G_1G_1 und G_2G_2 eingezeichnet, wobei G_1G_1 unterhalb G_2G_2 liegt und einen niedrigeren Gewinn wiedergibt als G_2G_2

---

1) Für $t_1 = t$ und $t_2 = t+1$ hat man für die Ertragsrate (76)
(83') ${}_1\rho_{t,t+1,k} = \xi_{t,t+1}$
oder mit Fußnote 1 von Seite 48
(83") ${}_1\bar{r}_{t,t+1,k} = r_t$
d.h. im Optimum der Unternehmung k muß zwischen je zwei unmittelbar aufeinanderfolgenden Perioden der marginale interne Zinsfuß gleich dem Marktzinssatz sein.

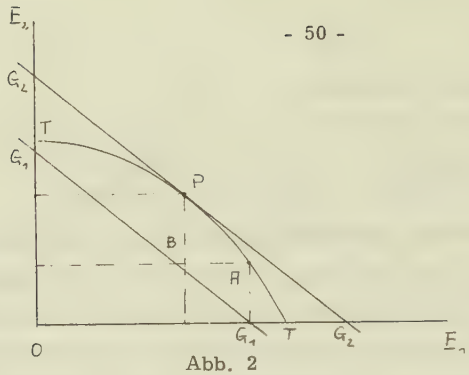


Abb. 2

Mit TT ist die Transformationskurve zwischen E_1 und E_2 angegeben.[1] Sie kann auch als Transformationskurve der Unternehmung zwischen Konsum in der Periode 1 und Konsum in der Periode 2 interpretiert werden. Der optimale Produktionsplan wird durch den Tangentialpunkt P der höchsten möglichen Isogewinngeraden G_2G_2 mit der Transformationskurve TT erreicht. In P ist die Steigung der Isogewinngeraden G_2G_2 $-(1+r_1)$ gleich der Grenzrate der Transformation, wie die Bedingungen (83) verlangen. Die durchschnittliche Ertragsrate des Kapitalmarktes ist hier gleich dem Marktzinssatz. Betrachtet man etwa einen Punkt A auf der Transformationskurve, dann lohnt es sich für die Unternehmung, die Einnahmen (den Konsum für die Haushalte) um AB zu vermindern und dafür die Einnahmen (den Konsum der Haushalte) BP zusätzlich zu erwirtschaften, mit $BP > (1+r_1)\,AB$. In der Literatur wird in diesem Zusammenhang häufig davon gesprochen, daß der Betrag AB in der Periode 1 investiert wird,[2] um in der Periode 2 den Betrag BP mit einem höheren als dem Marktertrag r_1 zu erhalten. Es ist klar, daß damit ein völlig anderer als der hier zugrundegelegte Investitionsbegriff zur Anwendung kommt und in welcher Weise diese Aussage im Hinblick auf die obige Darstellung zu interpretieren

---

1) Ein ähnliches Konzept einer Transformationskurve wird z. B. verwendet von Hirshleifer, J., Investment, Interest, and Capital, Englewood Cliffs, N.J., 1970, S. 33. Die Transformationskurve wird dort "productive opportunity locus" genannt.

2) Vgl. etwa Hirshleifer, J., On the Theory of Optimal Investment Decision, in: Journal of Political Economy, Vol. 66, 1958, S. 330-333

ist. Es handelt sich um eine bei konstanten Investitionsausgaben innerhalb der Unternehmung vorgenommene Verlagerung von inputs für die Erstellung von outputs in der Periode 1 auf die Erstellung von outputs in Periode 2, die sich für die Unternehmung deshalb lohnt, weil sie in Periode 2 eine Einnahme erhält, die höher ist als die Einnahme der Periode 1 multipliziert mit $(1 + r_1)$.

Durch eine modifizierte Kombination der Abb. 1 und 2 kann deutlich gemacht werden, daß es sich für den Fall vorgegebener Investitionsausgaben, d.h. vorgegebener input-Mengen auch für einen Einzelunternehmer, also für einen Unternehmer, der die Funktionen des Eigentümers und des Managers der Unternehmung ausübt, sinnvoll ist, seinen Gewinn zu maximieren, wenn er gleichzeitig ein möglichst hohes Nutzenniveau erreichen will. In Abb. 3 gibt TT wiederum eine Transformationskurve und I_1I_1 und I_2I_2 zwei beliebige Indifferenzkurven wieder.

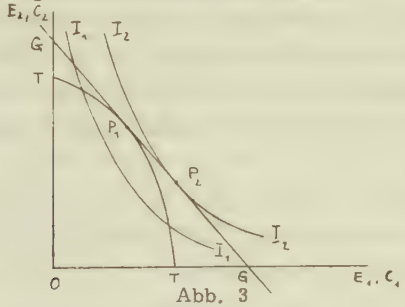


Abb. 3

Hierbei wird jedoch unterstellt, daß die den Koordinaten aller Punkte der Transformationskurve entsprechenden Einnahmen für das Wirtschaftssubjekt in dem Sinne Nettoeinnahmen sind, als von ihnen Ausgaben für fremde Faktoren abgezogen sind. Der Gegenwartswert der Nettoeinnahmen besteht dann aus dem Gewinn des Unternehmers und dem Gegenwartswert seiner eigenen Arbeitsleistungen. Isogewinngerade und Transformationskurve sind hier also andere Konzepte als in der Abb. 2 in der E_1 und E_2 die Bruttoeinnahmen der Unternehmung darstellen. Ihrem Gegenwartswert wird in (84) die Summe aus Gewinn und Gegenwartswert der fixierten Investitions-

ausgaben gegenübergestellt.[1]

Bei annahmegemäß festgelegten Preisen und festgelegtem Zinssatz r_1 ist es für die Wirtschaftseinheit in ihrer Rolle als Produzent nun sinnvoll, den Punkt P_1 zu erstreben, da nach entsprechender Konsumanpassung über den Kapitalmarkt der Punkt P_2 realisiert werden kann[2], der ihr das höchste Nutzenniveau in seiner Rolle als Konsument verschafft. P_2 ist nichts anderes als der Tangentialpunkt der Isogewinngeraden GG mit der Transformationskurve TT. Die Isogewinngerade muß in diesem Fall zugleich als Bilanzgerade der Wirtschaftseinheit interpretiert werden.

3.3. Exkurs: Die Interne-Zinsfuß-Methode

In der Theorie der Investitionsentscheidung der privaten Unternehmung werden neben dem hier abgeleiteten Kapitalwertverfahren eine Reihe anderer Methoden behandelt, so z.B. die Interne-Zinsfuß-Methode, die Orientierung am Verhältnis des Gegenwartswerts der Einnahmen zum Gegenwartswert der Ausgaben und die Annuitätenmethode. Die Erörterung der verschiedenen Verfahren wiederholt sich in der Nutzen-Kosten-Analyse in Bezug auf ihre Anwendbarkeit für staatliche Produktionsentscheidungen (Investitionsentscheidungen).[3]

Die Brauchbarkeit der einzelnen Verfahren kann nur auf der Basis des jeweils verwendeten Modells beurteilt werden. Das im Rahmen dieser Arbeit benutzte Modell erfordert von der privaten Unternehmung bei Fehlen externer Effekte Kapitalwertmaximierung, auf deren Grundlage oben die notwen-

---

1) Dieses Konzept einer Transformationskurve von Nettoeinnahmen zu verschiedenen Perioden dürfte dem Konzept des von Hirshleifer verwendeten "productive opportunity locus" entsprechen, das selbst wiederum im wesentlichen auf I. Fisher zurückgeht. Vgl. Fisher, I., The Theory of Interest, New York 1965, S. 264/65

2) In diesem Sinne ist P_1 für den Produzenten nur Zwischenlösung. Vgl. die Betonung dieses Sachverhalts bei Hirshleifer, J., On the Theory ... a.a.O., S. 333. Dies ist aber nichts anderes als ein Spezialfall des oben erörterten allgemeinen Falles, daß für die Konsumenten die Gewinnmaximierung der ihnen gehörenden Unternehmungen nur Mittel zum Zweck der Maximierung ihres Konsums darstellt.

3) Vgl. z.B. Stolber, W.B., Nutzen-Kosten-Analysen in der Staatswirtschaft, Wasserwirtschaftliche Projekte, Göttingen 1968, S. 52 ff.

digen Bedingungen des optimalen Produktionsplans der Unternehmung bestimmt wurden. Andere Verfahren sind für die private Unternehmung daher nur geeignet, wenn sie zu dem gleichen Ergebnis führen wie die Kapitalwertmaximierung. Es soll nun im folgenden für die Interne-Zinsfuß-Methode kurz gezeigt werden, daß sie für die private Unternehmung bei Fehlen von externen Effekten als Entscheidungskriterium nicht in Frage kommt. Die spätere Einbeziehung externer Effekte wird zu keiner Änderung dieses Resultats Anlaß geben, da dann auch für private und staatliche Investitionen Kapitalwertmaximierung abgeleitet werden wird und die Argumente gegen die Interne-Zinsfuß-Methode bei privaten und staatlichen Investitionsentscheidungen dann die gleichen bleiben wie bei Investitionen bei Fehlen von Externalitäten. D.h. aber, daß auch für die später einzuführende staatliche Produktionseinheit die Interne-Zinsfuß-Methode unbrauchbar ist.

Bei der Beurteilung anderer Verfahren als der Internen-Zinsfuß-Methode wäre methodisch in gleicher Weise wie bei ihr vorzugehen.

Der interne Zinsfuß $\bar{r}$ einer Investition einer Unternehmung ist unter Weglassen des Index k definiert durch

$$(*) \qquad \sum_t (E_t - A_t) \frac{1}{(1+\bar{r})^{t-1}} = 0$$

Die Interne-Zinsfuß-Methode stellt nun zwei Kriterien für die Entscheidung über Investitionen auf. 1.) Gibt es nur einen Produktionsprozeß (eine Investition) und ist der Kapitalmarkt vollkommen, dann sollte die Investition vorgenommen werden, wenn der interne Zinsfuß $\bar{r}$ größer als der Marktzinssatz r ist. 2.) Aus einer Anzahl von endlich oder unendlich vielen sich gegenseitig ausschließenden Produktionsprozessen (Investitionen) sollte bei vollkommenem Kapitalmarkt die Investition ausgewählt werden, die den höchsten internen Zinsfuß hat, wenn der interne Zinsfuß dieser Investition größer als der Marktzinssatz ist.

Beide Kriterien stellen offenbar auf den Spezialfall ab, daß der Kapitalmarktzins r_t jeder Periode t konstant gleich r ist. Bei der späteren Total-

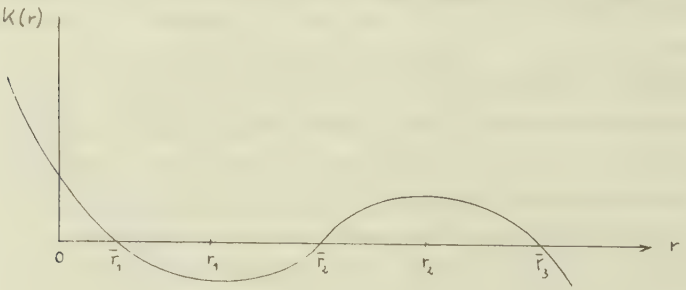
analyse ergibt sich, daß im totalen Marktgleichgewicht kaum mit einer Konstanz von r_t zu rechnen ist. Bei variablem r_t ist die Interne-Zinsfuß-Methode aber nicht anwendbar. Dies ergibt daher den ersten Einwand gegen die Interne-Zinsfuß-Methode.[1)]

Es soll nun weiter geprüft werden, ob die Interne-Zinsfuß-Methode nicht vielleicht unter der Annahme der Konstanz von r_t generell gültig ist.

Zu Kriterium 1: Der Kapitalwert einer Investition wird nach den oben durchgeführten Überlegungen mit

$$K = \sum_t (E_t - A_t) \frac{1}{(1+r)^{t-1}}$$

angegeben. Für den Fall, daß K für einen bestimmten Wert von r nämlich $\bar{r}$ Null ist und für alle r kleiner $\bar{r}$ größer als Null und für alle r größer als $\bar{r}$ kleiner als Null ist, erhält man anhand des Kriteriums 1 das gleiche Ergebnis wie bei der Kapitalwertmethode. Anders sieht es jedoch aus, wenn der Kapitalwert für wachsenden Marktzinssatz zunimmt und für r kleiner $\bar{r}$ kleiner als Null und für r größer als $\bar{r}$ größer als Null ist. Die Interne-Zinsfuß-Methode liefert dann nicht das gleiche Ergebnis wie die Kapitalwertmethode. Dieser Fall ist allerdings nicht zu erwarten, da im allgemeinen einige Ausgaben vor den ihnen entsprechenden Einnahmen liegen. Es kann nun aber sein, daß der Kapitalwert in Abhängigkeit vom Marktzinssatz den in der folgenden Abbildung angegebenen Verlauf hat



---

1) Vgl. Hirshleifer, J., On the Theory ..., a.a.O., S. 350

In diesem Falle sind gewissermaßen Fall 1 und 2 kombiniert. Dann ist der interne Zinsfuß nicht mehr eindeutig bestimmbar und es bleibt unklar, mit welchem der drei internen Zinsraten der Marktzinssatz verglichen werden muß. Hat der Marktzinssatz etwa den Wert r_1, so führt nur der Vergleich mit $\bar{r}_1$ zum richtigen Ergebnis, nämlich zur Ablehnung der Investition. Hat dagegen der Marktzinssatz den Wert r_2, dann ist der Vergleich mit $\bar{r}_1$ irreführend. Jetzt müßte mit $\bar{r}_3$ verglichen werden. Das Kriterium 1 ist also nicht immer eindeutig anwendbar.[1)]

Zu Kriterium 2: Es sei zunächst davon ausgegangen, daß die Anzahl der Investitionsalternativen endlich ist. Man kann leicht sehen, daß die Interne-Zinsfuß-Methode auch hier versagen kann. Betrachtet werden sollen zwei sich gegenseitig ausschließende Investitionen 1 und 2 über zwei Perioden. Investition 1 (2) habe in Periode 1 Ausgaben von 1000 Geldeinheiten (GE) (10 GE) und in Periode 2 Einnahmen von 1 100 GE (20 GE). Der Marktzinssatz sei z. B. $r = 5\%$. Der Kapitalwert K_1 von Investition 1 ist dann größer als der Kapitalwert K_2 der Investition 2. Investition 1 ist also besser als Investition 2. Für den internen Zinsfuß $\bar{r}$ von Investition 1 hat man $\bar{r}_1 = 10\%$ und für den internen Zinsfuß $\bar{r}_2$ von Investition 2 ergibt sich $\bar{r}_2 = 100\%$, d.h. $\bar{r}_2 > \bar{r}_1 > r$. Nach der Internen-Zinsfuß-Methode wäre also die Investition 2 der Investition 1 vorzuziehen. Dies ist aber das falsche Ergebnis.[2)]

Da die Interne-Zinsfuß-Methode keinerlei Vorteile gegenüber der Kapital-

---

1) Der Fall der Mehrdeutigkeit des internen Zinsfußes wird von Schneider als praktisch irrelevant betrachtet. Vgl. Schneider, E., Wirtschaftlichkeitsrechnung, a.a.O., S. 13. Die These Schneiders ist weder in der betriebswirtschaftlichen Literatur noch in der Literatur zur Nutzen-Kosten-Analyse generell übernommen worden.

2) Genauso, wie die Bildung des Kapitalwerts bestimmte Transaktionen zum Kapitalmarktzins impliziert, beruht auch die Interne-Zinsfuß-Methode auf der Annahme, daß Transaktionen zum internen Zinsfuß möglich sind. Welcher Art diese Transaktionen sind, richtet sich nach der Fragestellung. Vgl. zur Annahme von Transaktionen zum internen Zinsfuß Hirshleifer, J., On the Theory ..., a.a.O., S. 350. Diese der Internen-Zinsfuß-Methode zugrundeliegende Annahme spielt jedoch für die Argumentation des Abschnitts keine Rolle.

wertmethode hat, sei es, daß sie rechnerisch einfacher zu handhaben wäre,[1] sei es, daß sie weniger Informationen benötige als die Kapitalwertmethode,[2] erübrigt es sich zu prüfen, wie relevant die Fälle sind, in denen die Kriterien 1 und 2 nicht brauchbar sind, und die Bedingungen abzuleiten, unter denen die Interne-Zinsfuß-Methode anwendbar ist.[3]

Es sei nun der Fall betrachtet, daß zwischen unendlich vielen Produktionsalternativen zu entscheiden ist, die in einer Produktionsfunktion zusammengefaßt sind, wie sie bereits oben bei der Produktionsplanung der Unternehmung zugrundegelegt wurde. Aus den gleichen Gründen, die oben erörtert wurden, kann generell nicht damit gerechnet werden, daß die Investition mit dem höchsten internen Zinsfuß zugleich den höchsten Kapitalwert hat. Insoweit ergibt sich nicht Neues.

Neben den absoluten internen Zinsraten in (*) lassen sich jetzt aber margi-

---

1) Die Ermittlung des internen Zinsfußes ist vielmehr meist mit erheblichem Rechenaufwand verbunden und meist auch nur approximativ möglich. Vgl. z.B. Heister, M., Rentabilitätsanalysen von Investitionen, Köln-Opladen, 1962, S. 90 ff.

2) So wird etwa behauptet, daß sich bei der Internen-Zinsfuß-Methode nicht die Schwierigkeit ergäbe, eine Diskontierungsrate bestimmen zu müssen, wie es bei der Kapitalwertmethode nötig ist, der interne Zinsfuß sich aber aus der Investition selbst ergäbe. Vgl. Eckstein, O., A Survey of Public Expenditure Criteria, in: Public Finance: Needs, Sources,and Utilization, Princeton 1961, S. 460. Die Argumente, die Eckstein gegen diese These vorbringt, treffen nach Ansicht des V.d.A. nicht den Kern des Problems, da, wie gezeigt wurde, der Marktzins auch für die Interne-Zinsfuß-Methode unerläßlich ist. Sie kommt also keineswegs ohne ihn aus. Der Marktzins aber ist nichts anderes als die für den Kapitalwert benötigte Diskontierungsrate.

3) Mishan leitet hinreichende Bedingungen ab, unter denen die Kapitalwertmethode, die Interne-Zinsfuß-Methode und die Orientierung am Verhältnis des Gegenwartswerts der Einnahmen zum Gegenwartswert der Ausgaben bei Investitionsentscheidungen zum gleichen Ergebnis führen. Er verwendet hierbei jedoch ein etwas anderes Modell als das in dieser Arbeit benutzte. Seine Resultate lassen sich aber unschwer auf das hier benutzte Modell übertragen. Vgl. Mishan, E.J., a.a.O., S. 236. Man muß sich allerdings fragen, welchen Sinn die Überlegungen Mishans haben, da keines der Verfahren Vorteile gegenüber der Kapitalwertmethode hat.

nale interne Zinsraten definieren, die, wie bereits oben gezeigt, in Zusammenhang mit den marginalen internen Ertragsraten gebracht werden können. Zunächst kann durch Umformung der Relation (76') der Bezug zur internen Zinsrate in (*) hergestellt werden. Man hat unter Weglassen des Index k

$$- \partial A_{t_1} + \frac{1}{(1 + {}_1\bar{r}_{t_1,t_2})^{t_2-t_1}} \partial E_{t_2} = 0$$

${}_1\bar{r}_{t_1,t_1}$ ist also gleichzeitig die Rate, die den Wert der durch die Änderungen ∂A_{t_1} und ∂E_{t_2} beschriebene Grenzinvestition gleich Null macht.

Nur für zwei unmittelbar aufeinanderfolgende Perioden war der marginale interne Zinsfuß allerdings als marginale interne Ertragsrate interpretierbar. Für ein Kapitalwertmaximum ergab sich die notwendige Bedingung, daß der marginale interne Zinsfuß gleich dem Marktzinssatz zwischen diesen Perioden sein muß.

Da im Produktionsoptimum gelten muß, wobei wiederum der Index k weggelassen werden soll,

$$1 + {}_a\rho_{t_1,t_2} = (1 + {}_a\bar{r}_{t_1,t_2})^{t_2-t_1} = 1 + \xi_{t_1,t_2},$$

folgt bei konstantem Marktzinssatz r mit (24)

$$(**) \qquad {}_a\bar{r}_{t_1,t_2} = r$$

d.h.: Der marginale interne Zinsfuß muß im Kapitalwertmaximum dann gleich dem Marktzinssatz sein, wenn dieser in allen Perioden konstant ist. Ist der Marktzinssatz nicht konstant, dann lassen sich die notwendigen Bedingungen des optimalen Produktionsplanes natürlich nicht mehr als Beziehungen zwischen den Marktzinssätzen und den marginalen internen Zinsraten zwischen zwei Perioden t_1 und t_2 ausdrücken.

Zum Schluß sei noch ein anderer marginaler interner Zinsfuß definiert. Man betrachte eine marginale Änderung aller Ausgaben und Einnahmen mit dA_t und dE_t, die die Produktionsfunktion erfüllen. Für die durch die marginalen Änderungen dA_t und dE_t beschriebene Grenzinvestition werde der marginale interne Zinsfuß $\bar{r}_m$ definiert durch

$$\sum_t (dE_t - dA_t) \frac{1}{(1+\bar{r}_m)^{t-1}} = 0 \qquad 1)$$

Für den Fall, daß die Investition mit dem maximalen Kapitalwert zugleich den maximalen internen Zinsfuß hat und der Marktzinssatz konstant gleich r ist, hat man die notwendige Bedingung für ein Kapitalwertmaximum, daß r_m gleich dem Marktzinssatz sein muß.[2] Im übrigen müssen wegen (* *) auch alle marginalen internen Zinssätze $a\bar{r}_{t_1,t_2}$ gleich $\bar{r}_m$ sein.

4. Das gesamtwirtschaftliche Konkurrenzgleichgewicht und die Optimalität des Konkurrenzmechanismus

Ein gesamtwirtschaftliches Konkurrenzgleichgewicht[3] einer Wirtschaft mit s Haushalten und v Unternehmungen[4], denen die oben beschriebenen Nutzenfunktionen über n • T Güter und die Produktionsfunktionen über (n+h). T Güter zugewiesen sind, soll durch drei Eigenschaften gekennzeichnet sein: 1. Jeder Haushalt bestimmt seinen optimalen Verbrauchsplan. 2. Jede Unternehmung ermittelt ihren optimalen Produktionsplan. 3. Die Nachfrage nach jedem Gut muß in jeder Periode gleich seinem Angebot sein, d.h.

---

1) $\bar{r}_m$ entspricht dem internen Zinsfuß einer Grenzinvestition bei Schneider, E., a.a.O., S. 256/57

2) Vgl. Schneider, E., a.a.O., S. 257/56. Die Bedingung ist dort allerdings weniger exakt formuliert.

3) Zum hier verwendeten Begriff eines Konkurrenzgleichgewichts vgl. z.B. Richter, R., a.a.O., S. 117 ff

4) Das unterstellte Konkurrenzsystem geht von einer exogen vorgegebenen endlichen Anzahl von Unternehmungen aus. In der Theorie der freien Konkurrenz, bei der jedes Wirtschaftssubjekt freien Zugang zum Markt hat und deshalb jederzeit eine Unternehmung gründen kann, wird die Anzahl der Unternehmungen zur im System zu bestimmenden Variablen gemacht, deren optimaler Wert ermittelt werden soll.

$$(85) \qquad \sum_i x_{jti} = \sum_k y_{jtk}$$

und für alle j bzw. g und alle t

$$(86) \qquad \sum_k y_{n+g,t,k} = 0$$

Diese Eigenschaft kann als Bedingung für ein gesamtwirtschaftliches Gleichgewicht der Märkte (Marktgleichgewicht) bzw. als Bedingung für die Räumung aller Märkte bezeichnet werden. Die Bedingung, daß in jeder Periode das Angebot an Anleihen gleich seiner Nachfrage sein muß, ist keine selbständige Bedingung, da sie sich aus (85) und (86) in Zusammenhang mit den beiden anderen Eigenschaften ergibt.

Die Definition des gesamtwirtschaftlichen Gleichgewichts läßt unter Berücksichtigung der in den beiden vorhergehenden Abschnitten abgeleiteten Ergebnisse unmittelbar die Formulierung der notwendigen Bedingungen für ein Konkurrenzgleichgewicht zu. 1. Da alle Haushalte sich am gleichen Preissystem und an den gleichen Zinssätzen orientieren, und jeder Haushalt die Grenzrate der Substitution zweier beliebiger Güter dem umgekehrten Verhältnis der diskontierten Preise anpaßt, müssen die Grenzraten der Substitution zweier beliebiger Güter bei allen Haushalten gleich sein, in deren Nutzenfunktion sie eingehen, d.h.

$$(87) \qquad \frac{\partial x_{j_1,t_1,i_1}}{\partial x_{j_2,t_2,i_1}} = \frac{\partial x_{j_1,t_1,i_2}}{\partial x_{j_2,t_2,i_2}} \qquad \begin{array}{l} i_1, i_2 \in \{1,\ldots,s\} \\ j_1, j_2 \in \{1,\ldots,n\} \\ t_1, t_2 \in \{1,\ldots,T\} \end{array}$$

2. Da alle Unternehmungen sich am gleichen Preissystem und an den gleichen Zinssätzen orientieren müssen und jede Unternehmung die Grenzrate der Transformation (der technischen Substitution) zweier beliebiger Güter mit dem umgekehrten Verhältnis ihrer diskontierten Preise in Übereinstimmung bringt, müssen die Grenzraten der Transformation (der techni-

schen Substitution) zweier beliebiger Güter bei allen Unternehmungen gleich sein, in deren Produktionsfunktion sie auftauchen, d.h.

$$(88) \qquad \frac{\partial y_{\sigma_1, t_1, k_1}}{\partial y_{\sigma_2, t_2, k_1}} = \frac{\partial y_{\sigma_1, t_1, k_2}}{\partial y_{\sigma_2, t_2, k_2}} \qquad \begin{matrix} \sigma_1, \sigma_2 \in \{1, \ldots, n+h\} \\ k_1, k_2 \in \{1, \ldots, v\} \end{matrix}$$

3. Da schließlich Haushalte und Unternehmungen sich am gleichen Preissystem und an den gleichen Zinssätzen orientieren müssen, müssen die Grenzraten der Substitution eines beliebigen Haushalts zwischen zwei beliebigen Gütern gleich sein der Grenzrate der Transformation (der technischen Substitution) in einer beliebigen Unternehmung für diese Güter, d.h.

$$(89) \qquad \frac{\partial x_{j_1, t_1, i}}{\partial x_{j_2, t_2, i}} = \frac{\partial y_{j_1, t_1, k}}{\partial y_{j_2, t_2, k}} \qquad \begin{matrix} i \in \{1, \ldots, s\} \\ k \in \{1, \ldots, v\} \end{matrix}$$

Daneben müssen die Nutzenfunktionen, die Produktionsfunktionen und die Bedingung der Räumung der Märkte erfüllt sein.[1] Hieraus folgt, daß im Konkurrenzgleichgewicht jeder Haushalt seinen optimalen Verbrauchsplan und jede Unternehmung ihren optimalen Produktionsplan realisieren kann.

Aus den notwendigen Bedingungen für ein Konkurrenzgleichgewicht kann bei Vorliegen der Bedingungen 2. Ordnung das zur Verteilung der Ausstattung mit Produktionsfaktoren (der Ressourcen der Wirtschaft) und zur Gewinnverteilung gehörige Konkurrenzgleichgewicht bestimmt werden, falls es existiert und eindeutig ist.

Damit ist natürlich noch in keiner Weise geklärt, wie der Markt (bzw. genauer das Zusammenspiel aller einzelnen Gütermärkte und des Kapitalmarktes) das Konkurrenzgleichgewicht herbeiführt. Das Zustandekommen

---

1) Vgl. die analoge Argumentation bei Richter, R., a.a.O., S. 136/37

einer Marktlösung wird in der Literatur z.B. durch den Tâtonnement-Prozeß beschrieben.[1] Ein Makler oder Auktionator gibt den Unternehmungen ein willkürlich gewähltes System von Preisen und Zinssätzen vor. Hierauf geben die Unternehmungen dem Makler ihre Angebotsmengen und die Mengen der von ihnen nachgefragten inputs an. Der Makler errechnet nun die Gewinne und teilt den Haushalten die gleichen Preise und Zinssätze wie den Unternehmungen und die Gewinne mit. Jetzt stellen die Haushalte ihre Pläne auf und geben sie dem Makler bekannt. Der stellt fest, ob sich bei jedem Gut Angebot und Nachfrage ausgleichen. Das gleiche Kalkül stellt er für den Kapitalmarkt jeder Periode an. Stellt er fest, daß die Pläne nicht miteinander kompatibel sind, setzt er bei einem Angebotsüberschuß (Nachfrageüberschuß) eines Gutes seinen Preis herunter (hoch) und entsprechend bei einem Angebotsüberschuß (Nachfrageüberschuß) an Anleihen auf dem Kapitalmarkt einer Periode den Zinssatz herunter (hoch). Kauf und Verkauf, Kreditaufnahme und -vergabe findet erst statt, wenn alle Pläne miteinander vereinbar sind.

Es fällt schwer, sich den Marktprozess in dieser Weise vorzustellen. Aber nur für den Fall, daß der Tâtonnement-Prozeß nach wenigen Versuchen eine brauchbare Approximation des gesamtwirtschaftlichen Gleichgewichts erbringt, gelten die häufig genannten Vorzüge des Konkurrenzsystems, nämlich, daß 1. der Markt mit einem Minimum an Information der Haushalte und der Unternehmungen auskommt (sie brauchen lediglich ihre eigene Nutzenfunktion bzw. Produktionsfunktion und die vom Markt vorgegebenen Preise und Zinssätze zu kennen) und 2., daß er natürliche Anreize mobilisiert (jeder Haushalt und jede Unternehmung hat ein eigenes Interesse daran, seinen (ihren) Plan zu realisieren.[2]

Der Tâtonnement-Prozeß muß allerdings versagen, wenn es um die Allokation über einen größeren Zeitraum geht, der die Lebenszeit mehrerer Generationen von Konsumenten umfaßt. Von noch nicht geborenen Genera-

---

1) Vgl. Z.B. Quirk, J. u. Saposnik, R., a.a.O., S. 160/61
2) Vgl. Richter, R., a.a.O., S. 137

tionen kann der Makler keine Informationen erhalten. Niemand kann sie ihm stellvertretend geben. Er kann nur die Angaben der lebenden Generationen berücksichtigen und für sie durch "Herantasten" das gesamtwirtschaftliche Gleichgewicht herbeizuführen versuchen.[1)]

Wenn man darüberhinaus andere Anpassungsprozesse als den Tâtonnement-Prozeß unterstellt und etwa annimmt, daß nach jeder Preis- und Zinssatzfestlegung Käufe und Verkäufe stattfinden, und erst in der nächsten Periode Reaktionen auf Ungleichgewichte erfolgen, dann ist per definitionem ein Gleichgewicht über T Perioden nicht mehr möglich, ganz zu schweigen von der Frage, ob die Periodenungleichgewichte im Zeitablauf beseitigt werden können.

Die Anmerkungen zur Leistungsfähigkeit des anonymen Marktes stimmen skeptisch, was seine Fähigkeit anbelangt, ein Konkurrenzgleichgewicht zu realisieren. Allerdings kommt es natürlich nicht allein auf die "absolute" Leistungsfähigkeit des Konkurrenzsystems an, sondern darauf, wie hoch der Grad der Leistungsfähigkeit im Verhältnis zu anderen Organisationsformen von Produktion und Verteilung des Produktionsergebnisses ist, die auch nicht optimal funktionieren. Es könnte sein, daß diese relative Leistungsfähigkeit des Konkurrenzsystems bei der Allokation über nicht sehr lange Zeiträume unter den bisher getroffenen Annahmen sehr groß ist, so daß man das System in dieser Hinsicht akzeptieren kann. Es muß dann jedoch etwa durch Vorkehrungen für zukünftige Generationen ergänzt werden, Vorkehrungen, die sicher weitgehend in die Kompetenz des Staates gehören, so daß man hierin bereits ein erstes Argument für staatliche Aktivität im Bereich der Allokation in einer Wirtschaft hat, in der es nur private Güter gibt.

Betrachtet man nun die notwendigen Bedingungen für ein Konkurrenzgleichgewicht, so sieht man sofort, daß sie gleich den notwendigen Bedingungen für Paretooptimalität sind. Hieraus kann jedoch noch nicht geschlossen werden, daß ein Konkurrenzgleichgewicht zugleich ein Paretooptimum ist oder umgekehrt, daß ein Paretooptimum etwa ein Konkurrenzgleichgewicht sein muß. Gerade die letzte Aussage ist, wie man sofort sieht, nicht richtig.

---

1) Vgl. auch Malinvaud, E., The Analogy ... a.a.O., S. 146/7

Man kann sich vorstellen, daß eine paretooptimale Allokation z.B. auch durch zentrale Planung zustandekommen kann. Nun ist man zwar im Rahmen der Zielsetzung, ein soziales Optimum erreichen zu wollen, daran interessiert, einen Marktmechanismus zu haben, dessen Gleichgewichtsposition ein Paretooptimum ist. Andererseits benötigt man aber nicht die Forderung, daß jedes Paretooptimum eine Gleichgewichtsposition dieses Marktmechanismus sein muß. Es reicht aus, wenn das Konkurrenzsystem ein Mechanismus ist, den man in der Literatur auch als einen "Pareto-satisfactory"-Mechanismus bezeichnet.[1] Dieser hat die Eigenschaften: 1. Jede Gleichgewichtsposition des Mechanismus ist ein Paretooptimum der Wirtschaft. 2. Jedes Paretooptimum der Wirtschaft kann nach geeigneter Wahl der Parameter des Systems durch ein Gleichgewicht des Mechanismus erreicht werden. Durch Untersuchen der Bedingungen 2. Ordnung für ein Paretooptimum und ein Konkurrenzgleichgewicht kann man zeigen, daß jedes Konkurrenzgleichgewicht ein Paretooptimum ist. Es kann darüberhinaus bewiesen werden, daß ein Konkurrenzsystem unter bestimmten Bedingungen auch die 2. Eigenschaft erfüllt, d.h. zu jedem Paretooptimum existiert eine Verteilung der Ressourcen und der Gewinnanteile und ein Konkurrenzpreissystem, so daß sich die Wirtschaft in diesem Paretooptimum im Konkurrenzgleichgewicht befindet.[2] Durch pauschale Umverteilung von Ressourcen über die Faktoreinkommen und/oder von Gewinnanteilen kann der Staat mithin dafür sorgen, daß in der anschließenden Allokation das gewünschte Paretooptimum erreicht werden kann. Auf dieser These beruht letztlich die Möglichkeit der Trennung von Allokation und Distribution. Die Umverteilung wird deshalb nötig, weil die Verteilung des Eigentums der Haushalte an den Unternehmungen und die Verteilung der Fähigkeiten auf die Haushalte als im Sinne des sozialen Optimums ungerecht angesehen werden.

---

1) Vgl. z.B. Quirk, J. u. Saposnik, R., a.a.O., S. 124/125
2) Vgl. z.B. Quirk, J. u. Saposnik, R., a.a.O., S. 125 ff. Sie verwenden hierzu allerdings nicht die Bedingungen 2. Ordnung, sondern formulieren das Problem mengentheoretisch.

Diese Ergebnisse führen zu der für die Allokation wichtigen Schlußfolgerung, daß die aus der Sicht der Wirtschaftseinheiten rationalen Verhaltensweisen der Nutzen- bzw. Gewinnmaximierung mit dem gesamtwirtschaftlichen Ziel der Paretooptimalität gleichlaufen. Mit anderen Worten: einzelwirtschaftliche und gesamtwirtschaftliche Rationalität fallen zusammen. In der Verfolgung ihrer egoistischen Interessen dienen die Haushalte und die Unternehmungen zugleich dem gesamtwirtschaftlichen Wohl. Dies entspricht etwa der Harmonievorstellung eines Adam Smith. Bei der Beurteilung der Schlußfolgerung sind allerdings alle oben vorgebrachten Einschränkungen zu beachten.

Die notwendigen Bedingungen für ein Konkurrenzgleichgewicht können auch noch anders formuliert werden, indem man die marginalen Zeitpräferenzraten der Haushalte und die marginalen internen Ertragsraten der Unternehmungen zueinander in Beziehung setzt. In dieser Darstellung wird die gesamtwirtschaftliche Funktion des Kapitalmarktes deutlicher als in den Bedingungen (87) bis (89). Diese Funktion besteht darin, daß er erstens die intertemporalen Konsumwünsche der Haushalte untereinander, zweitens die intertemporalen produktiven Möglichkeiten der privaten Unternehmungen untereinander und schließlich drittens die intertemporalen Konsumwünsche der Haushalte mit den intertemporalen produktiven Möglichkeiten der privaten Unternehmungen abstimmt. Berücksichtigt man hierzu die Ergebnisse der vorhergehenden Abschnitte, dann erhält man statt der Bedingungen (87) bis (89)

$$(90) \qquad \eta_{t_1,t_2,i_1} = \eta_{t_1,t_2,i_2} \qquad i_1, i_2 = 1,\ldots,s;\ t_2 > t_1$$

d.h. die marginalen Zeitpräferenzen zwischen den Perioden t_1 und t_2 müssen für alle Haushalte gleich sein,

$$(91) \qquad a^{\rho}{}_{t_1,t_2,k_1} = a^{\rho}{}_{t_1,t_2,k_2} \qquad a = 1,2,3;\ k_1, k_2 = 1,\ldots,v;\ t_2 > t_1$$

d.h. die marginalen internen Ertragsraten zwischen der Perioden t_1 und

t_2 müssen für alle Unternehmungen gleich sein, und schließlich

$$(92) \qquad \eta_{t_1,t_2,i} = a^{\rho}_{t_1,t_2,k} \qquad \begin{matrix} i = 1,\ldots,s \\ k = 1,\ldots,v \end{matrix}$$

d.h. die marginalen internen Ertragsraten jeder Unternehmung zwischen den Perioden t_1 und t_2 müssen gleich den marginalen Zeitpräferenzraten zwischen diesen Perioden für jeden Haushalt sein. Daneben muß für jede Periode der intratemporale Ausgleich der Grenzraten der Substitution der Haushalte und der Grenzraten der Transformation (der technischen Substitution) unter- und miteinander gewährleistet sein. [1)]

In der Literatur wird das gesamtwirtschaftliche Gleichgewicht häufig unter Verwendung der Konzepte einer gesellschaftlichen Zeitpräferenzfunktion und einer gesamtwirtschaftlichen Transformationsfunktion von Konsumgrößen erläutert. [2)] Abb. 4 [3)] enthält eine graphische Darstellung dieser Methode. In Abb. 4 ist auf den Koordinatenachsen der gesamtwirtschaftliche Konsum der Perioden 1 und 2 mit $C_1 = \sum_i c_{i1}$ und $C_2 = \sum_i c_{i2}$ angegeben, mit TT die gesellschaftliche Transformation über zwei Perioden und mit I_1I_1 und I_2I_2 zwei gesellschaftliche Indifferenzkurven über die gleichen Perioden eingezeichnet. Der Tangentialpunkt P gibt das Optimum der Gesellschaft wieder.

---

1) In dieser Form tauchen die notwendigen Bedingungen für ein Konkurrenzgleichgewicht über mehrere Perioden häufig implizit in der Literatur zur Nutzen-Kosten-Analyse auf. Vgl. z.B. Hirshleifer, J. u.a., Water Supply, Chicago 1969, S. 116

2) Vgl. z.B. Feldstein, M.A., The Social Time Preference Discount Rate in Cost-Benefit Analysis, in: Economic Journal, Vol. 74, 1964, S. 374. Auf die Modifikation in der Interpretation der Methode, die aus der Einbeziehung von externen Effekten und öffentlichen Gütern in die Analyse herrühren, wird später einzugehen sein.

3) Abb. 4 auf Seite 66 oben

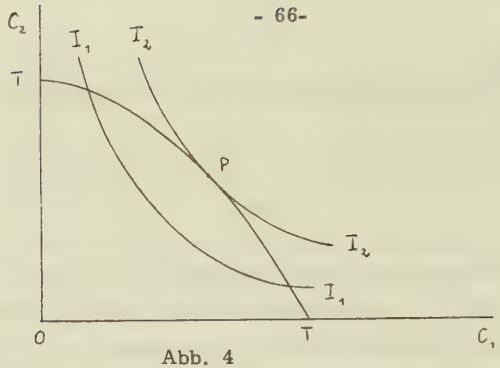


Abb. 4

Es soll darauf verzichtet werden, diese Darstellung im Hinblick auf die oben abgeleiteten Zeitpräferenzfunktionen der Haushalte und der Investitionsfunktionen der Unternehmungen im einzelnen zu interpretieren und aus ihnen exakt abzuleiten. Es sollen zu diesem Problem nur zwei Anmerkungen gemacht werden. 1. Interpretiert man den Optimalpunkt P als Konkurrenzgleichgewicht, dann setzt seine Bestimmung voraus, daß das zugehörige Preissystem bereits bekannt ist. Es kann nicht als Datum in die Analyse eingebracht werden, wie das etwa bei der Ermittlung des optimalen Verbrauchsplans eines Haushalts anhand seiner Zeitpräferenzfunktion oder bei der Ermittlung des optimalen Produktionsplans einer Unternehmung anhand ihrer Investitionsfunktion der Fall war. 2. Es sei unterstellt, daß die gesellschaftlichen Indifferenzkurven als Bergsonlinien im Konsumraum (C_1, C_2) aufgefaßt werden können. P repräsentiert dann das soziale Optimum. Es muß in diesem Falle nicht nur das Preissystem des Konkurrenzgleichgewichts bekannt sein, das zur gegebenen Verteilung von Ressourcen und Gewinnen gehört. Man muß vielmehr genau das Preissystem kennen, das zusammen mit der optimalen Verteilung der Ressourcen und Gewinne im Konkurrenzgleichgewicht das Paretooptimum hervorbringt, das zugleich das soziale Optimum ist. Die Darstellung integriert also die Aspekte der Allokation und der Distribution, die eigentlich getrennt behandelt werden sollen.

III Eine Wirtschaft mit Externalitäten

Bisher wurde eine Wirtschaft betrachtet, in der es nur private Güter gibt. In dieser Wirtschaft ist für staatliche Aktivitäten im Bereich der Allokation kein Platz, wenn das gesamtwirtschaftliche Ziel darin besteht, ein soziales Optimum zu erreichen, und wenn Allokation und Distribution im oben erläuterten Sinne trennbar sind. Das Konkurrenzsystem führt nämlich, wie gezeigt wurde, wenn man einmal von einigen erwähnten besonderen Problemen der intertemporalen Allokation absieht, über die am eigenen Interesse der Wirtschaftseinheiten orientierten Entscheidungen zum erstrebten gesamtwirtschaftlichen Ziel. Dem Staat bleibt lediglich die Aufgabe, durch eine geeignete Verteilungspolitik dafür zu sorgen, daß das Konkurrenzsystem das Paretooptimum erreicht, das zugleich das soziale Optimum ist.

Man erinnert sich, daß private Güter dadurch gekennzeichnet wurden, daß ihre Mengen nur in die Nutzen- bzw. Produktionsfunktion der Wirtschaftseinheit eingehen, der sie (die ihr) zur Verfügung gestellt wird (werden). Es liegt auf der Hand, daß dies nur ein Spezialfall ist. Es sollen daher nun Güter eingeführt werden, bei denen die Mengen, die einer oder von einer Wirtschaftseinheit zur Verfügung gestellt werden, nicht nur in deren eigener Nutzen- bzw. Produktionsfunktion auftauchen, sondern in mindestens noch einer anderen Nutzen- bzw. Produktionsfunktion. Es soll dann gesagt werden, daß von diesen Gütern externe Effekte bzw. Externalitäten ausgehen. Ein Spezialfall von Gütern mit externen Effekten sind die öffentlichen oder auch kollektiv genannten Güter. Weiter unten wird der Externalitätenbegriff genauer festzulegen sein.

Es wird gezeigt, wie sich das Vorhandensein solcher Güter auf die Bedingungen für ein Paretooptimum auswirkt,und daß der Marktmechanismus der vollständigen Konkurrenz nicht das zum Erreichen eines Paretooptimums erforderliche Preis- und Zinssatzsystem hervorbringt, weil es aus der Sicht der Wirtschaftseinheiten unter bestimmten Bedingungen sinnvoll sein kann, ihr wahres Interesse an diesen Gütern zu verbergen,und der Markt sie nicht dazu zwingen kann, das wahre Interesse offenzulegen.

Wenn man nun die Produktion der Güter, deren Produktion der Markt aus dem angegebenen Grunde überhaupt nicht oder nicht optimal regelt, in die Zuständigkeit staatlicher Instanzen verweist, so ist zu bedenken, daß der Staat bei der Ermittlung des wahren Interesses mit den gleichen Schwierigkeiten zu kämpfen hat, die den Markt an der Erfüllung seiner Aufgabe hindern. Ob und in welcher Weise er mit ihnen fertig werden kann, soll in dieser Arbeit aber nicht interessieren. Es wird davon ausgegangen, daß der Staat sie überwunden hat. Es geht dann darum, ein mögliches Preis- und Zinssatzsystem zu ermitteln, mit dem auf der Basis einer vorgegebenen Ressourcen- und Gewinnverteilung ein Paretooptimum erreicht werden kann. Um dieses Problem zu lösen, ist es natürlich notwendig, daß die Lösung unabhängig von der Methode ist, nach der der Staat die Wirtschaftseinheiten veranlaßt, ihm ihr wahres Interesse zu zeigen. Davon wird im folgenden ausgegangen.
Es wird darüberhinaus zu untersuchen sein, ob es möglich ist, auch hier das Allokations- vom Distributionsziel zu trennen.
Das Preisproblem bei Externalitäten wird zunächst anhand eines Einperioden-Modells einer Wirtschaft erörtert und erst dann die zeitliche Komponente mit dem Aspekt der Externalitäten verknüpft.

A) Einperioden-Analyse

a) Die Bestimmung eines Paretooptimums

Es geht wiederum im wesentlichen nur um die Ableitung der notwendigen Bedingungen für ein lokales inneres Optimum. Im übrigen sei auf die Ausführungen zu Abschnitt II a) verwiesen.
Es sind nun zunächst die Nutzenfunktionen der Haushalte und die Produktionsfunktionen der Unternehmungen der Wirtschaft neu zu formulieren und damit der Externalitätenbegriff exakt zu definieren. Bei den Unternehmungen ist auf dieser Stufe der Untersuchung noch nicht festgelegt, ob sie in privater oder in öffentlicher (staatlicher) Regie geführt werden. Sie sind also nichts anderes als die produzierenden Wirtschaftseinheiten der Wirtschaft.

Nach Beschreibung der Elemente des Wirtschaftssystems können dann die notwendigen Bedingungen für Paretooptimalität abgeleitet werden.

1. Güter mit externen Effekten in den Nutzen- und Produktionsfunktionen der Wirtschaftseinheiten

Externe Effekte im hier verwendeten Sinne schaffen Abhängigkeiten zwischen 1. den Nutzenfunktionen der Haushalte untereinander, 2. den Produktionsfunktionen der Unternehmungen untereinander und 3. den Nutzenfunktionen der Haushalte und den Produktionsfunktionen der Unternehmungen.[1] Sie ergeben sich aus den "technischen" Eigenschaften dieser Güter und sind nicht auf solche Interdependenzen zurückzuführen, die aus einer bestimmten Organisation der Produktion von Gütern und ihrer Verteilung auf die Haushalte resultieren. Sie werden deshalb auch häufig technologische externe Effekte genannt und unterschieden von den pekuniären Externalitäten, die auf marktmäßigen Abhängigkeiten zwischen den Aktivitäten der Wirtschaftseinheiten beruhen.[2] Im Rahmen dieser Arbeit werden nur die technologischen externen Effekte behandelt.

Zur Erfassung externer Effekte zwischen den Nutzenfunktionen der Haushalte soll für die Nutzenfunktionen die neue Notation

$$(93) \qquad U_{i_1} = U_{i_1}(\ldots, x_{ji}, \ldots) \qquad \begin{matrix} i \in \{1,\ldots,s\} \\ j \in \{1,\ldots,n\} \end{matrix} \quad i_1 = 1,\ldots,s$$

gewählt werden. Taucht in der Nutzenfunktion des i_1-ten Haushalts die Menge x_{ji} mit $i \neq i_1$ auf, d.h. die Menge des j-ten Gutes, die von dem (dem) i-ten Haushalt zur Verfügung gestellt wird, dann soll gesagt werden, daß der Haushalt i auf den Haushalt i_1 in Bezug auf das j-te Gut einen externen

---

1) Vgl. die ähnliche Klassifikation bei Scitovsky, T., Two Concepts of External Economies, in: Journal of Political Economy, Vol. 62, 1954, die sich auch findet bei Krause-Junk, G., a.a.O., S. 77

2) Vgl. Krause-Junk, G., a.a.O., Fußnote 3 der Seite 75. Zur Verwendung dieser Begriffe in der Nutzen-Kosten-Analyse vgl. z.B. Prest, A.R. u. Turvey, R., a.a.O., S. 688

Effekt ausübt.[1)2)] Ein externer Effekt zwischen zwei Haushalten ist einseitig, wenn er nur von dem einen Haushalt auf den anderen ausgeht, aber nicht umgekehrt. Im anderen Fall handelt es sich um einen wechselseitigen externen Effekt. Die Ausdehnung dieser Definition auf mehr als zwei Haushalte ist offensichtlich. Analog zu den ein- und wechselseitigen Externalitäten zwischen Haushalten werden ein- und wechselseitige Externalitäten zwischen Unternehmen definiert.[3)] Der externe Effekt kann absolut oder marginal sein.[4)] Von absoluter Externalität bezüglich des Gutes j in der Verfügung des Haushalts i soll gesprochen werden, wenn gilt

$$(94) \qquad U_{i_1}(\ldots, x_{ji_1}, \ldots, {}_1x_{ji}, \ldots) \neq U_{i_1}(\ldots, x_{ji_1}, \ldots, {}_2x_{ji}, \ldots) \text{ für } i \neq i_1$$

wobei $0 \leq {}_1x_{ji} \leq \bar{x}_{ji}$ und ${}_2x_{ji} > \bar{x}_{ji}$, wenn das Gut j ein Konsumgut ist,

und $\bar{x}_{ji} \leq {}_1x_{ji} \leq 0$ und ${}_2x_{ji} < \bar{x}_{ji}$, wenn das Gut j ein Faktor ist, und wenn

$$(95) \qquad \frac{\partial U_{i_1}}{\partial x_{ji}}(\ldots, x_{ji_1}, \ldots, {}_1x_{ji}, \ldots) = 0 \text{ und}$$

$$\frac{\partial U_{i_1}}{\partial x_{ji}}(\ldots, x_{ji_1}, \ldots, {}_2x_{ji}, \ldots) = 0$$

---

1) Die hier gewählte Definition von externen Effekten entspricht der Definition von Krause-Junk, mit dem Unterschied, daß er von Kontrolle über Güter spricht, während hier von Verfügung über Güter die Rede ist. Vgl. die Fußnote 2) auf Seite 12 und die Fußnote 1) auf Seite 15 dieser Arbeit. Vgl. im übrigen Krause-Junk, G., a.a.O., S. 74 ff. In ähnlicher Weise wird der Externalitätenbegriff bei Graaff und bei Weldon gefaßt. Vgl. Graaff, J. de V., a.a.O., S. 53 und Weldon, J.C., Public Goods (and federalism), in: Canadian Journal of Economics, Vol. 32, 1966, S. 232

2) In der Literatur wird von einem externen Effekt häufig erst dann gesprochen, wenn erstens der hier beschriebene Effekt vorliegt und wenn zweitens keine Kompensation dieses Effektes erfolgt. Vgl. z.B. Dasgupta, A.K. und Pearce, P.W., a.a.O., S. 118. Vgl. zu diesem Problem auch die Fußnote 1 zu Seite 75 bei Krause-Junk, G., a.a.O. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit ist es jedoch zweckmäßig, die Frage der Kompensation nicht in die Definition aufzunehmen, da die Kompensation erst generell bestimmt werden soll, nachdem das Externalitätenproblem zunächst unabhängig von der Art der Organisation der Produktion und ihrer Verteilung auf die Haushalte entwickelt wurde.

3) Vgl. Krause-Junk, G., a.a.O., S. 85

4) Zur Definition absoluter und marginaler Externalitäten vgl. Krause-

$\bar{x}_{ji}$ kann als [illegible] oder als kritischer Wert des die Externalität bewirkenden j-ten Gutes bezeichnet werden. $\bar{x}_{ji}$ kann Null sein. Da die Menge eines beliebigen Gutes nach wie vor beliebig fein teilbar sein soll, ist es jedoch im allgemeinen sinnvoll anzunehmen, daß $\bar{x}_{ji} > 0$ bzw. $\bar{x}_{ji} < 0$, je nachdem, ob das Gut j ein Konsumgut oder ein Faktor ist. Marginale Externalitäten dagegen sollen vorliegen, wenn

$$(96) \qquad \frac{\partial U_{i_1}}{\partial x_{ji}} \gtrless 0 \qquad \text{für } i \neq i_1$$

Im folgenden sollen lediglich marginale externe Effekte interessieren. Bei ihnen soll unterschieden werden in positive und negative Externalitäten, je nachdem, ob $\partial U_{i_1} / \partial x_{ji}$ größer oder kleiner als Null ist.

Es kann in diesem Zusammenhang auch von "economics" und "diseconomics" im Konsumbereich gesprochen werden.

Zur Erfassung externer Effekte in der Produktion soll für die Produktionsfunktionen die neue Notation

$$(97) \qquad f_{k_l}(\ldots, y_{\sigma k}, \ldots) = 0 \qquad \begin{matrix} \sigma \in \{1, \ldots, n+h\} \\ k \in \{1, \ldots, v\} \end{matrix} \qquad k_l = 1, \ldots, v$$

gewählt werden. [1] Taucht in der Produktionsfunktion der k_l-ten Unternehmung die Menge $y_{\sigma k}$ auf, mit $k \neq k_l$, d.h. die Menge des Gutes σ, die von der (die der) k-ten Unternehmung zur Verfügung gestellt wird, dann soll

---

Junk, G., a.a.O., S. 78. Die dort gegebene Definition eines (absoluten) externen Effekts scheint das Gleiche wie die hier gegebene Definition zu meinen.

1) In der Einperioden-Produktionsfunktion (97) müssen langlebige Produktionsfaktoren im Gegensatz zur Mehrperioden-Produktionsfunktion mit ihrer Abgabe an Produktionspotential in der einen Periode und nicht mit ihrem Gesamtpotential erfaßt werden. Im übrigen sei zur Vereinfachung der Argumentation angenommen, daß die Unternehmung keine Produktionsfaktoren erzeuge, die sie selbst in späteren Perioden in der eigenen Produktion einsetzen will. Damit ist die Herstellung von selbst weiterzuverarbeitenden Zwischenprodukten und die Lagerbildung ausgeschlossen.

gesagt werden, daß die Unternehmung k auf die Unternehmung k_1 in Bezug auf das Gut σ einen externen Effekt ausübt. [1] Hier sollen nur marginale externe Effekte in der Produktion definiert werden. Sie sind gegeben, wenn

$$(98) \qquad \frac{\partial f_{k_1}}{\partial y_{\sigma k}} \gtrless 0 \qquad \text{für } k \neq k_1$$

wobei der marginale externe Effekt positiv oder negativ ist, je nachdem, ob $\partial f_{k_1} / \partial y_{\sigma k}$ größer oder kleiner Null ist.

Schließlich können marginale externe Effekte zwischen Nutzen- und Produktionsfunktionen festgelegt werden. Um sie zu definieren, seien die Nutzenfunktion mit

$$(99) \qquad U_{i_1} = U_{i_1}(\ldots, x_{ji}, \ldots, y_{\sigma k}, \ldots)$$

und die Produktionsfunktionen mit

$$(100) \qquad f_{k_1}(\ldots, x_{ji}, \ldots, y_{\sigma k}, \ldots) = 0$$

angegeben. Externe Effekte zwischen den Nutzenfunktionen untereinander und den Produktionsfunktionen untereinander werden analog zu den obigen Definitionen festgelegt. Hinzu kommen jetzt externe Effekte, die vom Gut einer Unternehmung auf einen Haushalt und vom Gut eines Haushalt auf eine Unternehmung ausgehen. [2] Der letztere Fall dürfte allerdings kaum von praktischer Bedeutung sein und soll deshalb außer acht gelassen werden. Die Produktionsfunktionen haben im folgenden also immer die Form der Produktionsfunktion (97). Wenn das Gut der k-ten Unternehmung beim i_1-ten Haushalt einen marginalen externen Effekt erzeugt, dann soll gelten

---

1) Vgl. die ähnliche Definition bei Krause-Junk, G., a.a.O., S. 74 ff und die etwas andere Definition bei Graaff, J. de V., a.a.O., S. 28

2) Vgl. Krause-Junk, G., a.a.O., S. 30 und 32

$$(101) \qquad \frac{\partial U_{i_1}}{\partial y_{\sigma k}} \gtrless 0$$

Ein Beispiel für eine negative Externalität im Sinne von (101) (< - Zeichen in (101))ist die mit der Produktion einer Unternehmung verbundene Luftverschmutzung, die Personen des in der Nähe der Produktionsstätte befindlichen Haushalts i_1 in ihrer Gesundheit und ihrem Wohlbefinden beeinträchtigt.

Ein besonderer Fall von Externalitäten im Konsumbereich liegt vor, wenn etwa beim j-ten Gut

$$(102) \qquad x_{j1} = x_{j2} = \ldots = x_{js} = x_j$$

gegeben ist. Die Nutzenfunktionen haben dann die Form

$$(103) \qquad U_{i_1} = (\ldots, x_{j_1,i}, \ldots, x_j, \ldots) \qquad \begin{matrix} j_1 \neq j \\ j_1,\ j \in \{1,\ldots,n\} \end{matrix}$$

Das j-te Gut soll dann als öffentliches oder kollektives Gut bezeichnet werden[1]. Bei ihm kommt es also nicht darauf an, welchem Haushalt es zur Verfügung gestellt wird. Ein öffentliches Gut wird sozusagen allen Haushalten zur gemeinsamen Nutzung zur Verfügung gestellt, ohne daß die Nutzung dieses Gutes durch den einen Haushalt die Nutzung durch einen anderen Haushalt behindert. Güter dieser Art dürfte es in voller Reinheit kaum geben. Es scheint dennoch sinnvoll, diesen polaren Fall gesondert herauszuheben. Güter, die dem Fall eines öffentlichen Gutes nahekommen, wären etwa die nationale Verteidigung und das Rechtssystem.[2]

---

1) Dieser Fall entspricht dem öffentlichen Gut (collective consumption good) bei Samuelson, zuerst formuliert in: Samuelson, P.A., The Pure Theory of Public Expenditures, in: Review of Economics and Statistics, Vol. 36, 1954, S. 387 und später in mehreren Veröffentlichungen wieder aufgenommen.

2) Vgl. Musgrave, R.A., a.a.O., S. 9

(102) kann modifiziert werden, indem man annimmt, daß (102) nicht für alle, sondern nur für einen Teil der Haushalte erfüllt sein soll.

Der Begriff des öffentlichen Gutes läßt sich auch auf den Produktionsbereich übertragen.[1] Dabei soll jedoch eine Beschränkung auf die produzierten Produktionsfaktoren erfolgen, da andere Fälle nicht sinnvoll erscheinen. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit der Definition eines öffentlichen Gutes im Produktionsbereich sei unterstellt, daß die Unternehmung v einen Produktionsfaktor n + g erzeugt ($g \in \{1, \ldots, h\}$). Er soll als öffentliches Gut bezeichnet werden, wenn gilt

(104) $$y_{n+g,1} = y_{n+g,2} = \cdots = y_{n+g,v-1} = y_{n+g}$$

Die Produktionsfunktionen haben dann die Form

(105) $$f_{k_1}(\ldots, y_{\sigma k}, \ldots, y_{n+g}, \ldots) = 0 \qquad \begin{matrix} \sigma \neq n+g \\ k_1 = 1, \ldots, v-1 \end{matrix}$$

und

(106) $$f_v(\ldots, y_{\sigma k}, \ldots, y_{n+g,v}, \ldots) = 0$$

Auch Güter dieser Art dürfte es in voller Reinheit kaum geben. Dennoch scheint es auch hier wiederum sinnvoll, diesen Fall gesondert zu behandeln. Als Beispiel eines nahezu öffentlichen Gutes im Produktionsbereich könnte wiederum das Rechtssystem herangezogen werden, das ja die Produktion der Unternehmungen erst in geordneter Weise möglich macht.

(104) kann durch die Annahme modifiziert werden, daß (104) nicht für alle (v-1) Unternehmungen gelten soll. Ein Beispiel für öffentliche Güter dieser

---

1) Auf diesen Fall weist z. B. Musgrave hin in: Musgrave, R. A., Cost-Benefit Analysis and the Theory of Public Finance, in: Journal of Economic Literature, Vol. 7, 1969, S. 800. Musgrave zitiert dort Kaizuka, K., der sich ebenfalls mit diesem Fall beschäftigt hat. Vgl. Kaizuka, K., Public Goods and Decentralization of Production, in: Review of Economics and Statistics, Vol. 47, 1965, S. 118-120

Art wäre etwa die Infrastruktur einer Region, die für alle dort ansässigen Unternehmungen in gleicher Weise Voraussetzung der Produktion ist.

2. Die Ableitung der notwendigen Paretooptimalbedingungen

Ausgegangen wird von dem allgemeinen Fall externer Effekte, bei dem die Nutzenfunktionen der Haushalte die Form

$$U_{i_1} = U_{i_1}(\ldots, x_{ji}, \ldots, y_{\sigma k'}, \ldots) \tag{107}$$

haben und die Produktionsfunktionen mit

$$f_{k_1}(\ldots, y_{\sigma k'}, \ldots) = 0 \tag{108}$$

angegeben sind. Es werden also drei Arten von externen Effekten unterstellt: 1. wechselseitige Externalitäten zwischen den Haushalten, 2. wechselseitige Externalitäten zwischen den Unternehmungen und schließlich 3. einseitige Externalitäten, die von den Unternehmungen auf die Haushalte ausgehen. Die notwendigen Bedingungen für Paretooptimalität für alle Spezialfälle, also für den Fall, daß erstens nicht alle drei Arten von externen Effekten gleichzeitig vorliegen, daß zweitens nur einseitige Externalitäten im Konsum- bzw. im Produktionsbereich gegeben sind und daß schließlich drittens öffentliche Güter im Konsum- und/oder Produktionsbereich in Betracht zu ziehen sind, lassen sich aus den notwendigen Bedingungen des allgemeinen Falles bestimmen, indem man die Eigenschaften der entsprechenden Ableitungen von (107) und (108) berücksichtigt. Die Nutzenfunktionen (107) und die Produktionsfunktionen (108) müssen durch die Bedingungen der vollständigen Aufnahme der Produktion durch die Haushalte, der vollständigen Absorption der von den Haushalten zur Verfügung gestellten Faktoren durch die Unternehmungen und des vollständigen Einsatzes der in den Unternehmungen produzierten Produktionsfaktoren in den Unternehmungen ergänzt werden. Man hat die Bedingungen

$$\sum_i x_{ji} - \sum_k y_{jk} = 0 \tag{109}$$

und

$$(110) \qquad \sum_{k} y_{n+g,k} = 0$$

Die Relationen (107) - (110) beschreiben das System der Wirtschaft, für das die notwendigen Paretooptimalbedingungen bestimmt werden sollen. Der hierzu verwendete Ansatz geht wiederum davon aus, daß ein beliebiger Haushalt i_1 unter der Voraussetzung auf das höchstmögliche Nutzenniveau gebracht werden soll, daß für alle anderen Haushalte ein festes Nutzenniveau vorgegeben ist. Man bilde die Lagrangefunktion

$$(111) \qquad L = \sum_{i_1} \mu_{i_1} (U_{i_1} - \overline{U}_{i_1}) + \sum_{k_1} \lambda_{k_1} f_{k_1} + \sum_{j} \nu_j (\sum_{i} x_{ji} - \sum_{k} y_{jk})$$

$$- \sum_{g} \sum_{k} \nu_{n+g} \, y_{n+g,k}$$

wobei eines der μ_{i_1} identisch gleich Eins ist und das entsprechende $\overline{U}_{i_1}$ wegfällt. Die notwendigen Bedingungen für Paretooptimalität erhält man, indem man die ersten Ableitungen von (111) gleich Null setzt. Es ergibt sich

$$(112) \qquad \frac{\partial L}{\partial x_{ji}} = \sum_{i_1} \mu_{i_1} \frac{\partial U_{i_1}}{\partial x_{ji}} + \nu_j = 0$$

$$(113) \qquad \frac{\partial L}{\partial y_{\sigma k}} = \sum_{i_1} \mu_{i_1} \frac{\partial U_{i_1}}{\partial y_{\sigma k}} + \sum_{k_1} \lambda_{k_1} \frac{\partial f_{k_1}}{\partial y_{\sigma k}} - \nu_{\sigma} = 0$$

$$(114) \qquad \frac{\partial L}{\partial \mu_{i_1}} = U_{i_1} - \overline{U}_{i_1} = 0$$

$$(115) \qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda_{k_1}} = f_{k_1} = 0$$

$$(116) \qquad \frac{\partial L}{\partial \nu_j} = \sum_i x_{ji} - \sum_k y_{jk} = 0$$

$$(117) \qquad \frac{\partial L}{\partial \nu_{n+g}} = \sum_k y_{n+g,k} = 0$$

Aus den Bedingungen (112) und (113) lassen sich die Multiplikatoren μ_{i_1}, λ_{k_1} und ν_σ in der allgemeinen Formulierung der gesamten Bedingungen (112) - (117) nur eliminieren, wenn man annimmt, daß mindestens ein Gut ohne externe Effekte ist. Es sei unterstellt, daß vom Gut j_1 weder im Konsum- noch im Produktionsbereich der Wirtschaft externe Effekte ausgehen, während das Gut j_2 sowohl im Konsum- und Produktionsbereich als auch vom Produktionssektor in den Konsumsektor mit externen Effekten verbunden ist. ($j_1, j_2 \in \{1, \ldots, n\}$) Aus (112) und (113) erhält man dann wiederum die drei Arten von Bedingungen: 1. Bedingungen, die sich nur auf den Konsumsektor beziehen, 2. Bedingungen, die sich nur auf den Produktionssektor beziehen und schließlich 3. Bedingungen, die die Verknüpfung des Konsum- mit dem Produktionsbereich zum Ausdruck bringen.
Die Bedingungen des Konsumbereichs ergeben sich mit

$$(118) \sum_{i_1} \frac{\dfrac{\partial U_{i_1}}{\partial x_{j_2,i_2}}}{\dfrac{\partial U_{i_1}}{\partial x_{j_1,i_1}}} = \sum_{i_1} \frac{\dfrac{\partial U_{i_1}}{\partial x_{j_2,i_3}}}{\dfrac{\partial U_{i_1}}{\partial x_{j_1,i_1}}} \qquad i_2, i_3 \in \{1, \ldots, s\}$$

oder, wenn man die Verhältnisse der Grenznutzen als Grenzrate der Substitution interpretiert

$$(119) \sum_{i_1} \frac{\partial x_{j_1,i_1}}{\partial x_{j_2,i_2}} = \sum_{i_1} \frac{\partial x_{j_1,i_1}}{\partial x_{j_2,i_3}}$$

d.h. die Summe der Grenzraten der Substitution zwischen dem privaten Gut j_1 und dem Gut j_2, dessen externe Effekte vom Haushalt i_2 ausgehen, muß gleich sein der Summe der Grenzraten der Substitution zwischen dem gleichen privaten Gut und dem Gut j_2, dessen externe Effekte vom Haushalt i_3 ausgehen. Die Summation hat über die s Haushalte zu erfolgen, wenn alle Haushalte von den wechselseitigen externen Effekten betroffen sind. Ist nur ein Teil der Haushalte beeinflußt, so hat die Summation natürlich nur über diese Haushalte zu gehen.
Die Bedingungen des Produktionsbereichs[1] ergeben sich mit

$$(120)\ -\sum_{i_1}\frac{\frac{\partial U_{i_1}}{\partial y_{j_2,k_2}}}{\frac{\partial U_{i_1}}{\partial x_{j_1,i_1}}}+\sum_{k_1}\frac{\frac{\partial f_{k_1}}{\partial y_{j_2,k_2}}}{\frac{\partial f_{k_1}}{\partial y_{j_1,k_1}}}=-\sum_{i_1}\frac{\frac{\partial U_{i_1}}{\partial y_{j_2,k_3}}}{\frac{\partial U_{i_1}}{\partial x_{j_1,i_1}}}+\sum_{k_1}\frac{\frac{\partial f_{k_1}}{\partial y_{j_2,k_3}}}{\frac{\partial f_{k_1}}{\partial y_{j_1,k_1}}}$$

mit $k_2, k_3 \in \{1, \ldots, v\}$
oder, wenn man die Verhältnisse der Grenznutzen als Grenzraten der Substitution und die Verhältnisse der partiellen Ableitungen der Produktionsfunktionen als Grenzraten der Transformation (der technischen Substitution) interpretiert,

$$(121)\ -\sum_{i_1}\frac{\partial x_{j_1,i_1}}{\partial y_{j_2,k_2}}+\sum_{k_1}\frac{\partial y_{j_1,k_1}}{\partial y_{j_2,k_2}}=-\sum_{i_1}\frac{\partial x_{j_1,i_1}}{\partial y_{j_2,k_3}}+\sum_{k_1}\frac{\partial y_{j_1,k_1}}{\partial y_{j_2,k_3}}$$

d.h. die Summe der Grenzraten der Transformation (der technischen Substitution) zwischen dem privaten Gut j_1 und dem Gut j_2, von dem externe

---

1) Wie man an (120) sieht,ist es etwas problematisch,von den Bedingungen des Produktionsbereichs zu sprechen, da in (120) auch Ableitungen der Nutzenfunktionen vorkommen. Es ist aber bei den angenommenen externen Effekten nicht möglich, Bedingungen abzuleiten, die nur partielle Ableitungen der Produktionsfunktionen enthalten.

Effekte von der Unternehmung k_2 auf andere Unternehmungen ausgehen, korrigiert um die Summe der Grenzraten der Substitution der Haushalte zwischen Gut j_1 und Gut j_2, von dem gleichzeitig externe Effekte von der Unternehmung k_2 auf die Haushalte ausgehen, muß gleich sein der Summe der Grenzraten der Transformation (der technischen Substitution) bezogen auf die Unternehmung k_3, korrigiert um die Grenzraten der Substitution der Haushalte ebenfalls bezogen auf Unternehmung k_3. Bei der Summation gilt das oben über die Summation in den Bedingungen über den Konsumbereich Gesagte.

Die Bedingungen für die Verbindung des Konsum- mit dem Produktionssektor schließlich ergeben sich mit

$$(122)\quad \sum_{i_1} \frac{\frac{\partial U_{i_1}}{\partial x_{j_2,i}}}{\frac{\partial U_{i_1}}{\partial x_{j_1,i_1}}} = -\sum_{i_1} \frac{\frac{\partial U_{i_1}}{\partial y_{j_2,k}}}{\frac{\partial U_{i_1}}{\partial x_{j_1,i_1}}} + \sum_{k_1} \frac{\frac{\partial f_{k_1}}{\partial y_{j_2,k}}}{\frac{\partial f_{k_1}}{\partial y_{j_1,k_1}}}$$

oder unter Verwendung der Grenzraten der Substitution und Transformation (technischen Substitution)

$$(123)\quad \sum_{i_1} \frac{\partial x_{j_1,i_1}}{\partial x_{j_2,i}} = -\sum_{i_1} \frac{\partial x_{j_1,i_1}}{\partial y_{j_2,k}} + \sum_{k_1} \frac{\partial y_{j_1,k_1}}{\partial y_{j_2,k}}$$

d.h. die Summe der Grenzraten der Substitution zwischen dem privaten Gut und dem Gut j_2 des i-ten Haushalts muß gleich sein der Grenzrate der Transformation (der technischen Substitution) zwischen dem privaten Gut und dem Gut j_2 der k-ten Unternehmung korrigiert um die Summe der Grenzraten der Substitution zwischen Gut j_1 und Gut j_2 der k-ten Unternehmung.[1)]

---

1) Die Bedingungen (118) - (123) entsprechen den von Krause-Junk abgeleiteten Bedingungen (11) - (13) auf den Seiten 36/37: Krause-Junk, G., a.a.O.

In den Bedingungen (118) - (123) sind die produzierten Produktionsfaktoren noch nicht erfaßt. Sie entsprechen insofern auch noch nicht vollständig den Bedingungen (112) und (113), aus denen sie abgeleitet wurden. Bedingungen des Konsumbereichs allein können für sie ex definitione nicht ermittelt werden, und damit auch nicht Bedingungen, die die Verbindung von Konsum- und Produktionssektor zum Ausdruck bringen. Von ihnen ausgehende externe Effekte können sich zwar auf die Haushalte und auf die Unternehmungen untereinander auswirken, beschränken sich aber auf den Produktionsbereich im Sinne der Bedingungen des Produktionsbereichs.

Es sei unterstellt, daß das Gut j keine externen Effekte hervorruft und daß der produzierte Produktionsfaktor n + g Externalitäten auf die Haushalte und unter den Unternehmungen ausübe und die Unternehmung v den Faktor produziere. Aus (121) hat man dann unmittelbar

$$(124)\quad -\sum_{i_1} \frac{\partial x_{ji_1}}{\partial y_{n+g,k_2}} + \sum_{k_1=1}^{v-1} \frac{\partial y_{jk_1}}{\partial y_{n+g,k_2}} = -\sum_{i_1} \frac{\partial x_{ji_1}}{\partial y_{n+g,k_3}} + \sum_{k_1=1}^{v-1} \frac{\partial y_{jk_1}}{\partial y_{n+g,k_3}}$$

$$k_2, k_3 \in \{1, \ldots, v-1\}$$

und wenn man annimmt, daß der Einsatz des produzierten Produktionsfaktors zwar Externalitäten erzeugt, nicht aber seine Produktion durch die Unternehmung v, leitet sich analog zu (123)

$$(125)\quad -\sum_{i_1} \frac{\partial x_{ji_1}}{\partial y_{n+g,k}} + \sum_{k_1=1}^{v-1} \frac{\partial y_{jk_1}}{\partial y_{n+g,k}} = \frac{\partial y_{jv}}{\partial y_{n+g,v}} \qquad k \in \{1, \ldots, v-1\}$$

ab, d.h. die Summe der Grenzraten der Transformation (der technischen Substitution) zwischen dem privaten Gut j und dem produzierten Produktionsfaktor n + g der k-ten Unternehmung, korrigiert um die Summe der Grenzraten der Substitution zwischen Gut j und Gut n+g der k-ten Unternehmung, muß gleich sein der Transformationsrate in der den Faktor produzierenden Unternehmung v.

Die Bestimmung der notwendigen Pareto-Optimalbedingungen aus den allgemeinen Bedingungen (118) - (125) für den Fall nur einseitiger (wechselseitiger) Externalitäten im Konsum- und/oder im Produktionssektor ist ohne Schwierigkeiten möglich und soll hier nicht weiter untersucht werden. Interessant sind lediglich noch die Fälle eines öffentlichen Gutes im Konsum-und/oder im Produktionsbereich. Für öffentliche Güter im Konsumbereich interessiert nur die Bedingung der Verbindung von Konsum- und Produktionssektor. Man erhält aus (123), wenn das Gut j_2 kollektiv nutzbar und das Gut j_1 privat ist,

$$(126) \quad \sum_i \frac{\partial x_{j_1,i}}{\partial x_{j_2}} = \frac{\partial y_{j_1,k}}{\partial y_{j_2,k}} \qquad k \in \{1,\ldots,v\}$$

d.h. die Summe der Grenzraten der Substitution des privaten durch das öffentliche Gut muß gleich sein der Grenzrate der Transformation des privaten Gutes in das öffentliche Gut in der k-ten Unternehmung. [1)]

Für öffentliche Güter im Produktionsbereich, d.h. für produzierte Produktionsfaktoren, die kollektiv von allen Unternehmungen genutzt werden können, muß auf die Bedingungen (125) zurückgegriffen werden. Es sei wie dort unterstellt, daß die Unternehmung v den Faktor produziert, der dann von den anderen Unternehmungen kollektiv genutzt werden kann oder muß. Aus (125) erhält man dann

$$(127) \quad \sum_{k=1}^{v-1} \frac{\partial y_{jk}}{\partial y_{n+g}} = \frac{\partial y_{jv}}{\partial y_{n+g,v}}$$

d.h. die Summe der Grenzraten der Transformation (der technischen Substitution) des privaten Gutes j und des kollektiv nutzbaren produzierten Produktionsfaktors n + g muß gleich sein der Grenzrate der Transformation der beiden Güter in der den Produktionsfaktor erzeugenden Unternehmung v. [2)]

---

1) Diese Bedingung entspricht der bekannten von Samuelson abgeleiteten. Vgl. Samuelson, P.A., a.a.O., S. 387

2) Vgl. Kaizuka, K., a.a.O.

Aus den notwendigen Paretooptimalbedingungen (112) - (117) oder den ihn entsprechenden Bedingungen (118) - (125) und (114) - (117) kann ein Paretooptimum bestimmt werden, wenn die Ressourcen der Wirtschaft gegeben und die Bedingungen 2. Ordnung für ein Paretooptimum erfüllt sind, was hier wegen der strengen Konvexität für alle Nutzen- und Produktionsfunktionen der Fall ist. Die Paretogrenze als geometrischer Ort aller Paretooptima ist davon abhängig, welche Mengen an Ressourcen am Ende der Konsum- und Produktionsprozesse als Endbestand übrigbleiben sollen.

b) Die Bestimmung eines gesamtwirtschaftlichen Quasi-Konkurrenzgleichgewichts

Es ist nun zu fragen, ob das Konkurrenzsystem mit seinen nicht nach Haushalten und Unternehmungen diskriminierenden Preisen in der Lage ist, durch dezentrale Entscheidungsfindung bei den Haushalten und Unternehmungen ein Marktgleichgewicht in einer Wirtschaft herbeizuführen, in der Externalitäten der verschiedenen Art existieren, das den Paretooptimalbedingungen genügt. Die Antwort fällt nicht schwer, wenn man bedenkt, daß die Wirtschaftseinheiten im Konkurrenzsystem nur die Preise der Güter in ihr Kalkül aufnehmen, die ihnen (von ihnen) zur Verfügung gestellt werden, da sie die Gütermengen, die einer (von einer) anderen Wirtschaftseinheit zur Verfügung gestellt werden, mitnutzen können, ohne selbst dafür einen Preis zahlen zu müssen. Für den Haushalt ergibt sich zwischen dem privaten Gut j_1 und dem Gut j_2, von dem wechselseitige externe Effekte ausgehen, die notwendige Optimalbedingung

$$(128) \qquad \frac{\partial x_{j_1,i}}{\partial x_{j_2,i}} = -\frac{p_2}{p_1}$$

wobei p_1 und p_2 die nicht diskriminierenden Preise für Gut j_1 und j_2 sind. Da alle Haushalte den gleichen Preisen gegenüberstehen, hat man als die Bedingung für ein Gleichgewicht zwischen zwei Haushalten i_1 und i_2 ($i_1, i_2 \in \{1, \ldots, s\}$), zwischen denen bzgl. des Gutes j_2 externe Effekte bestehen,

$$(129) \qquad \frac{\partial x_{j_1,i_1}}{\partial x_{j_2,i_1}} = \frac{\partial x_{j_1,i_2}}{\partial x_{j_2,i_2}}$$

Die notwendige Paretooptimalbedingung ist aber nach (119) aus Abschnitt III A a 2

$$(130) \qquad \frac{\partial x_{j_1,i_1}}{\partial x_{j_2,i_1}} + \frac{\partial x_{j_1,i_2}}{\partial x_{j_2,i_1}} = \frac{\partial x_{j_1,i_2}}{\partial x_{j_2,i_2}} + \frac{\partial x_{j_1,i_1}}{\partial x_{j_2,i_2}}$$

Das Konkurrenzsystem sorgt somit im Konsumbereich nicht für die Einhaltung der Bedingung (130). Dies gilt natürlich auch für alle anderen Formen von Externalitäten. In gleicher Weise läßt sich zeigen, daß die übrigen Bedingungen für Paretooptimalität bei Externalitäten der verschiedenen Art im Konkurrenzgleichgewicht nicht erfüllt sind. [1] Entscheidend für die Verfehlung eines Paretooptimums im Konkurrenzgleichgewicht ist dabei die Tatsache, daß die wahren Interessen der Wirtschaftseinheiten durch das Konkurrenzsystem nicht zum Ausdruck kommen. Nun ist das Konkurrenzsystem, dessen Paretoeffizienz in einer Wirtschaft ohne und mit Externalitäten bisher untersucht wurde, nicht das einzige Marktsystem, so daß man erst nach Überprüfung der Paretoeffizienz anderer Marktsysteme beurteilen kann, ob der Markt generell versagt oder nicht und ob nicht vielleicht das Konkurrenzsystem das einzige Marktsystem ist, das keine Paretoeffizienz hat. [2] Von einem anderen Marktsystem, nämlich einem Konkurrenzsystem, in dem es einige Monopole gibt, weiß man,

1) Vgl. Krause-Junk, G., a.a.O., S. 85/86 und S. 89

2) Wenn hier nur Marktsysteme als Formen der Organisation von Produktion und Verteilung der produzierten Güter auf die Haushalte in Betracht gezogen werden, so ist darin implizit das Werturteil enthalten, daß einem Marktsystem gegenüber einem Nichtmarktsystem der Vorzug gegeben wird, wenn beide in der Lage sind, die erstrebten Ziele zu realisieren. Den Marktsystemen wird also ein eigener Wert zugemessen. Nur in dem Bereich, in dem Marktsysteme versagen, kommt der Einsatz eines Nichtmarktsystems in Frage.

daß es nicht einmal in einer Wirtschaft ohne Externalitäten in der Lage ist, für Paretooptimalität im gesamtwirtschaftlichen Gleichgewicht zu sorgen.[1] Diese Aussage bleibt auch dann erhalten, wenn externe Effekte vorliegen, so daß das Konkurrenzsystem sicher nicht das einzige Marktsystem mit fehlender Paretoeffizienz darstellt.

Während das Konkurrenzsystem dadurch gekennzeichnet ist, daß alle Wirtschaftseinheiten sich unabhängig voneinander an für sie vorgegebenen Preisen orientieren, an die sie sich mit den von ihnen angebotenen und nachgefragten Mengen der Güter anpassen, ohne daß sie miteinander in Kooperation oder Verhandlungen treten, läßt sich ein Marktsystem denken, in dem alle Wirtschaftseinheiten miteinander bei jedem Gut über Preis und Mengen verhandeln. Dieses System wird auch als ein System der Optionsfixierung bezeichnet, wohingegen man das Konkurrenzsystem auch ein System der Mengenanpassung nennt. Es fällt nun äußerst schwer, sich ein derartiges System allseitiger Verhandlungen als funktionsfähig vorzustellen. Bei dem hohen Abstraktionsgrad, den bereits das Konkurrenzsystem hat, mag es jedoch nicht nutzlos sein, diesem das totale Verhandlungssystem gegenüberzustellen und auf seine Paretoeffizienz hin zu durchleuchten, und zwar in Bezug auf eine Wirtschaft ohne und mit Externalitäten. Dabei wird unterstellt, daß es analog zum Tatonnement-Prozess des Konkurrenzsystems zu Kauf und Verkauf von Gütern erst kommt, wenn die gesamtwirtschaftliche Gleichgewichtsposition erreicht ist. Mit Hilfe der Annahme eines konstanten Grenznutzens des Geldes (des Einkommens) ist es möglich, die sonst sehr schwierige Totalanalyse wesentlich zu vereinfachen, da die Totalanalyse sich dann darauf reduziert, jeweils nur Entscheidungen zwischen je zwei Gütern zu analysieren, von denen eines immer das Gut ist, in Bezug auf das der Grenznutzen des Geldes konstant ist.[2]

Für das System allseitiger Verhandlungen kann man zeigen, daß die not-

---

1) Vgl. Richter, R., a.a.O., S. 153
2) Vgl. Samuelson, P.A., Pure Theory of Public Expenditure and Taxation, in: Margolis, J. u. Guitton, H. (ed.), Public Economics, London 1969, S. 111

wendigen Bedingungen des von ihm erzeugten gesamtwirtschaftlichen Gleichgewichts für eine Wirtschaft ohne Externalitäten gleich den notwendigen Bedingungen für Paretooptimalität sind.[1] Bezüglich der weiteren Überlegungen, die erforderlich sind, um zu zeigen, daß das System der Optionsfixierung auf allen Märkten ein "Pareto-satisfactory" Mechanismus ist, sei auf die obigen Ausführungen zur Behandlung dieses Problems beim Konkurrenzsystem verwiesen. Für die Frage, ob und in welchem Sinne eine Trennung von Allokation und Distribution in einer durch allgemeine Optionsfixierung gelenkten Wirtschaft möglich ist, die mit der Aufteilung dieser Funktionen im Konkurrenzsystem vergleichbar ist, ist es nicht ohne Belang, zu welchen Zahlungen es im Gleichgewicht zwischen den Wirtschaftseinheiten kommt, zwischen denen ein Gut aus der Verfügung der einen Wirtschaftseinheit in die Verfügung der anderen Wirtschaftseinheit überwechselt. Für die Zielsetzung dieser Arbeit ist es zweckmäßig, von der These auszugehen, daß das Verhandlungssystem das Konkurrenzsystem bei der Preisfixierung simuliert, daß es also zu den gleichen Zahlungen kommt wie im Konkurrenzsystem. Das hat den sofort erkennbaren Vorteil, daß die Trennung von Allokation und Distribution in gleicher Weise vorgenommen werden kann wie beim Konkurrenzsystem. Der Hauptzweck dieser Annahme wird allerdings erst später sichtbar.

Nun kann neben der Paretoeffizienz des Verhandlungssystems in einer Wirtschaft, die frei von Externalitäten ist, gezeigt werden, daß Optionsfixierung auch bei einem großen Teil der behandelten Externalitäten zu deren Internalisierung führt, d.h. für die Erfüllung der entsprechenden Paretooptimalbedingungen sorgt.[2] Dies ist bei zwei Arten von Externalitäten der Fall: 1. bei nur zwischen zwei Wirtschaftseinheiten gegebenen ein- oder wechselseitigen externen Effekten. Hierbei kommt es auf die Möglichkeit oder Unmöglichkeit der Ausschließbarkeit nicht an und 2. bei zwischen mehr als zwei Wirtschaftseinheiten gegebenen ein- oder wech-

---

1) Vgl. Krause-Junk, G., a.a.O., S. 55 und S. 57/58

2) Dieser Abschnitt faßt die Ergebnisse der Erörterungen von Krause-Junk auf den Seiten 97-100 seiner Arbeit zusammen: Krause-Junk, G., a.a.O.

selseitigen Externalitäten, wenn Ausschließbarkeit vorliegt. Unter Ausschließbarkeit bei positiven Externalitäten sei dabei die Möglichkeit verstanden, eine Wirtschaftseinheit daran zu hindern, das Gut zu nutzen, von dem die positive Externalität ausgeht und das sich in der Verfügung einer anderen Wirtschaftseinheit befindet. [1] Mit Ausschließbarkeit bei negativen Externalitäten sei dagegen der Sachverhalt gemeint, daß eine Wirtschaftseinheit, auf die negative externe Effekte einwirken, die Wirtschaftseinheit an der Nutzung des Gutes hindern kann, von dem die externen Effekte ausgehen und das sich in der Verfügung dieser Wirtschaftseinheit befindet.

Bei den genannten Externalitäten gelingt es also im Verhandlungswege, die wahren Interessen der Wirtschaftseinheiten offenzulegen. Es sei nun wiederum unterstellt, daß in den Verhandlungen die Mengenanpassung des Konkurrenzsystems simuliert wird, wobei allerdings bei den Preisen nach Wirtschaftseinheiten diskriminiert wird. Die Frage, ob die Bestimmung von Preisen und Mengen in den Verhandlungen realistischerweise als so durchgeführt gedacht werden kann, soll nicht interessieren. Es sei nur soviel angemerkt, daß bei reinen privaten Gütern eine Preisdiskriminierung nach Einheiten eines Gutes und nach Wirtschaftseinheiten wegen des schwierigen Ausschlußes des Wieder(ver)kaufs oft nicht als sehr leicht durchzusetzen erscheint, während die Art der Güter mit externen Effekten häufig den Wiederverkauf unmöglich macht, so daß hier eine Diskriminierung mit Erfolg betrieben werden könnte. [2]

Bei Gütern mit externen Effekten, die mehr als zwei Wirtschaftseinheiten betreffen und bei denen Ausschließung nicht möglich ist, versagt auch das System der Optionsfixierung im privaten Sektor, und zwar in dem Maße, in dem die Zahl der beteiligten Wirtschaftseinheiten zunimmt. [3] Diese Güter sollen im folgenden als öffentliche Güter im eigentlichen Sinne bezeichnet werden. Bei ihnen ergibt sich also ein a-priori-Argument für den staatlichen Eingriff. Die gleichen Schwierigkeiten, die den Markt daran hindern, die

---

1) Der Ausschluß muß technisch und ökonomisch möglich sein. Am Markt erfolgt der Ausschluß bei gegebener Ausschließbarkeit über den Preis bzw. über Kompensationszahlungen. Vgl. auch Musgrave, R.A., a.a.O., S. 9 und zum verwandten Begriff der "appropriability" Head, J.G., Public Goods and Public Policy, in: Public Finance, Vol. 21, 1962, S. 203

2) Vgl. Krause-Junk, G., a.a.O., S. 71-73 und S. 126

3) Vgl. Krause-Junk, G., a.a.O., S. 100-102

Informationen zu erhalten, die eine optimale Versorgung mit den öffentlichen Gütern im eigentlichen Sinne erst sichern, treten allerdings auch beim Staat auf, wenn er für die Lenkung von Ressourcen in die Produktion dieser Güter sorgen soll. Im Rahmen dieser Arbeit soll nun jedoch eines der zentralen Probleme einer Theorie der staatlichen Aktivität auf welfare-theoretischer Grundlage, nämlich das der staatlichen Informationsbeschaffung, als gelöst unterstellt werden. Diese Annahme dient dazu, in einem ersten Schritt der Analyse des Allokationsproblems des Staates bei öffentlichen Gütern im eigentlichen Sinne eine Orientierungsgröße zu finden, die in einem Preis- und Zinssatzsystem besteht, das für eine optimale intra- und intertemporale Allokation sorgt und dabei die Funktion des Kapitalmarktes, wie sie in Abschnitt II der Arbeit dargelegt wurde, erhält.

Dem Staat stehen zur Erfüllung seiner Aufgaben in Bezug auf die Allokation der Ressourcen grundsätzlich drei Instrumente zur Verfügung: 1. Festsetzung der Regeln, nach denen der Austausch von Gütern zwischen den privaten Wirtschaftseinheiten erfolgen soll, d.h. insbesondere Festlegung des Umfangs des Verfügungsrechts der Wirtschaftseinheiten über Güter, 2. Erhebung von Steuern bei und Gewährung von Transferzahlungen (Subventionen) an die Wirtschaftseinheiten und 3. Übernahme der Produktion der öffentlichen Güter im eigentlichen Sinne.
Nun ist es keine Frage, daß unter der Annahme, daß der Staat das Informationsproblem gelöst hat, alle Instrumente äquivalent sind. So ist es nicht schwierig einzusehen, daß das Verfügungsrecht bezüglich der öffentlichen Güter im eigentlichen Sinne genauso gestaltet werden muß wie bei den privaten Gütern, wenn die Wirtschaftseinheiten erst einmal motiviert wurden, ihr wahres Interesse an ihnen zeigen. Das später abzuleitende nach Wirtschaftseinheiten diskriminierende Preissystem sorgt dann für eine Internalisierung der externen Effekte.
Auch die Ermittlung der optimalen Steuern und Transfers bereitet im Prinzip keine Schwierigkeiten. Ihre Berechnung erfolgt auf der Basis des gleichen Preissystems.

Übernimmt der Staat schließlich selbst die Produktion der öffentlichen Güter im eigentlichen Sinne, dann kann er sich abermals des gleichen Preissystems bedienen.

Eine Entscheidung für eines der Instrumente scheint daher nur möglich, wenn die Informationsgewinnung des Staates in Verbindung mit einem der Instrumente steht[1]. Es sei unterstellt, daß dies tatsächlich der Fall ist und daß unter diesem Gesichtspunkt weder Instrument 1 noch Instrument 2 in Frage kommen. Damit wird also angenommen, daß das Informationsproblem nur mit Aussicht auf Erfolg bewältigt werden kann, wenn der Staat die Produktion der öffentlichen Güter im eigentlichen Sinne in eigener Regie durchführt.

Es sei daher davon ausgegangen, daß alle Wirtschaftseinheiten einschließlich des Staates sich auch bei öffentlichen Gütern im eigentlichen Sinne so verhalten, als ob sie Mengenanpassung praktizierten. Es wird im folgenden zu untersuchen sein, wie unter dieser Bedingung und für den oben für die anderen Güter genannten Bedingungen das bei Gütern mit externen Effekten nach Wirtschaftseinheiten diskriminierende Preissystem aussehen muß, das Paretooptimalität garantiert.[2]

Diese Forderung zusammen mit der gleichen Aussage für ein Verhandlungssystem im privaten Sektor ermöglicht es, der Allokation der Gesamtwirtschaft ein gemischtes Wirtschaftssystem zugrundezulegen, bei dem die Versorgung mit privaten Gütern durch den Konkurrenzmechanismus, die Versorgung mit einem Teil der Güter mit externen Effekten durch ein allgemeines Verhandlungssystem im privaten Sektor der Wirtschaft und schließlich die Versorgung mit öffentlichen Gütern im eigentlichen Sinne durch ein politisches System erfolgt.

---

1) Der Zusammenhang zwischen den einzelnen Instrumenten und dem Problem der Informationsgewinnung wird behandelt bei Krause-Junk, G., a.a.O., S. 144 ff.

2) Die Annahme eines Quasi-Konkurrenzverhaltens der privaten Wirtschaftseinheiten und des Staates bei der Internalisierung externer Effekte wurde angeregt durch die "Pseudo-demand"-Analyse Samuelsons. Vgl. Samuelson, P.A., Pure Theory ..., a.a.O., S. 102 ff.

Die Annahme staatlicher Produktion sagt natürlich noch nichts aus über den Umfang der Wertschöpfung im staatlichen Sektor der Wirtschaft. Der Staat kann sich z. B. allein darauf beschränken, Güter an die Wirtschaftseinheiten abzugeben, die er bei den privaten Unternehmungen der Wirtschaft in Auftrag gegeben hat. Die Abgabe kann mit sehr niedrigem Aufwand verbunden sein. Entsprechend ist die Wertschöpfung des Staates in diesem Fall nur gering. Die Abgabe ist aber nichts anderes als die letzte Stufe der Produktion, wenn man als Produktion sinnvollerweise alle die Tätigkeiten bezeichnet, die bis zu dem Zeitpunkt erfolgen müssen, in dem ein Gut von den privaten Unternehmungen und vom Staat in die Verfügung einer privaten Wirtschaftseinheit gelangt ist. [1)]

Ein Beispiel für eine staatliche Produktion mit geringer Wertschöpfung wäre etwa der Bau einer Straße, die der Staat von privaten Unternehmungen durchführen läßt und die er dann den Haushalten und den Unternehmungen zur Nutzung überläßt.

Nach diesen Überlegungen ist es nun möglich, die notwendigen Bedingungen für ein Quasi-Konkurrenzgleichgewicht - ein Gleichgewicht also, bei dem die wahren Interessen der Wirtschaftseinheiten bzgl. aller Güter unter den genannten Marktbedingungen als offengelegt unterstellt werden - der einzelnen Haushalte, der einzelnen privaten Unternehmungen und des Staates getrennt voneinander zu bestimmen und daraus dann die notwendigen Bedingungen für ein gesamtwirtschaftliches Quasi-Konkurrenzgleichgewicht abzuleiten. Im Anschluß daran ist das gesamtwirtschaftliche Quasi-Konkurrenzgleichgewicht auf seine Paretooptimalität hin zu überprüfen.

1. Das Quasi-Gleichgewicht eines Haushalts

Der Haushalt i_1 hat die in Abschnitt III A a 2 zugrundegelegte Nutzenfunktion

---

1) Vgl. die gleiche Auffassung bei Krause-Junk, G., Staatsausgaben, Einkommensniveau und Wirtschaftsstruktur, Diss. Berlin 1966, S. 160 und die abweichende Ansicht von Musgrave, der zwischen staatlicher Produktion und der Abgabe öffentlicher Güter, die von privaten Unternehmungen produziert wurden, durch den Staat unterscheidet. Musgrave, R. A., The Theory, a. a. O., S. 42/43

(131) $$U_{i_1} = U_{i_1}(\ldots, x_{ji}, \ldots, y_{\sigma k}, \ldots)$$

Er kann wiederum am Markt[1] Konsumgüter kaufen und eigene Arbeitsleistungen verkaufen. Er ist bereit, für Güter, die von einem anderen (die einem anderen) Haushalt bzw. die einer (die von einer) Produktionseinheit (sei es nun eine private Unternehmung, sei es der Staat) zur Verfügung gestellt werden und die in seine Nutzenfunktion eingehen, bei positiven Externalitäten einen Preis zu zahlen. Entsprechend erhält er für auf ihn einwirkende negative Externalitäten eine Entschädigung. Bei privaten Gütern gelten für alle Haushalte die gleichen fest vorgegebenen Preise, an die sich jeder Haushalt mit den angebotenen bzw. nachgefragten Mengen anpaßt. Bei den Gütern mit externen Effekten dagegen gelten für jeden Haushalt unterschiedliche Preise, die nach dem Haushalt bzw. der Produktionseinheit, der bzw. die sie (den bzw. der sie) zur Verfügung stellt (gestellt werden), differenziert sind. Man hat also für den Haushalt i_1 die Preise p_{jii_1} für Güter im Konsumbereich und $\bar{p}_{\sigma k_1 i_1}$ für Güter im Produktionsbereich. Sind vom Produktions- auf den Konsumsektor keine Externalitäten bzgl. des Gutes σ der Unternehmung k_1 vorhanden, dann gilt $\bar{p}_{\sigma k_1 i_1} = 0$. Liegen im Konsumbereich für das Gut j des i-ten Haushalts keine externen Effekte auf den Haushalt i_1 vor, dann fallen in p_{jii_1} die Indices i und i_1 fort und man erhält den für alle Haushalte einheitlichen Preis p_j. Die Preise p_{jii_1} $(i \neq i_1)$ und $\bar{p}_{\sigma k_1 i_1}$ sind größer (kleiner) als Null, wenn auf den Haushalt i_1 positive externe Effekte einwirken und das Gut j oder σ ein Konsumgut oder Produkt (Faktor) ist. Sie sind bei negativen Externalitäten dagegen kleiner als Null (größer als Null), wenn das Gut j oder σ ein Konsumgut oder Produkt (Faktor) ist. Diese Festlegungen für die Preise

---

1) Abweichend von der bisherigen Terminologie umfaßt der Markt jetzt nicht nur die Koordinierung des Angebots an und der Nachfrage nach privaten Gütern und Gütern mit externen Effekten, deren Internalisierung durch die Interaktion der privaten Wirtschaftseinheiten besorgt wird, sondern auch die Koordinierung des Angebots an und die Nachfrage nach öffentlichen Gütern im eigentlichen Sinne.

sind darauf zurückzuführen, daß Gütermengen in der Verfügung des Haushalts i oder der Unternehmung k_1, die in die Nutzenfunktion des Haushalts i_1 eingehen ($i \neq i_1$), dort mit dem Vorzeichen erfaßt werden, das sie in der Nutzenfunktion des Haushalts i oder der Unternehmung k_1 haben.

In allen Fällen von Externalitäten, in denen der private Sektor diese internalisieren kann, kommen die Preise p_{jii_1} und $\bar{p}_{\sigma k_1 i_1}$ durch Verhandlungen zustande. Es wird unterstellt, daß in ihnen von allen Verhandlungspartnern gemeinsam für jeden Verhandlungspartner feste p_{jii_1} und $\bar{p}_{\sigma k_1 i_1}$ vorgegeben werden, an die sich jeder mit seinen angebotenen und nachgefragten Mengen anpaßt. Wie in einem Verhandlungsprozeß unter dieser Annahme ein Ergebnis erzielt werden kann, darauf wird später noch einzugehen sein, wenn es um die Koordinierung der Einzelentscheidungen aller Wirtschaftseinheiten geht. An dieser Stelle sollen zunächst nur die Entscheidung eines einzelnen Haushalts i_1 analysiert und seine Orientierungsgrößen beschrieben werden.

Die Preise für öffentliche Güter im eigentlichen Sinne werden im politischen Prozeß festgelegt. Auch hier wird von der Annahme ausgegangen, daß die Haushalte diese Preise als nicht beeinflußbar betrachten und sich an sie mit den Mengen anpassen. Man könnte sie als die nach dem Äquivalenzprinzip bestimmten Steuern je Mengeneinheit der Haushalte bezeichnen. [1)]

Der Haushalt i_1 hat eine Erstausstattung an eigenen Arbeitsleistungen, aber keine Konsumgüter, wie dies schon in einer Wirtschaft ohne Externalitäten unterstellt wurde. Konsumgüter können also nach wie vor nur aus der Produktion von den Produktionseinheiten bezogen werden. Neben seinem Arbeitseinkommen hat jeder Haushalt i_1 ein Gewinneinkommen, das er aus den privaten Unternehmungen bezieht, an denen er als Eigentümer beteiligt ist, und ein Transfereinkommen aus den Überschüssen der staatlichen Unternehmungen. Das Gewinneinkommen soll mit $\sum_{k_1} \theta_{k_1 i_1} G_{k_1}$

---

1) In diesem Sinne spricht Samuelson von "pseudo-tax-prices": Samuelson, P.A., Pure Theory ..., a.a.O., S. 103

angegeben werden, wobei $k_1 \in M_{pr}$ (M_{pr} = Menge der Indices, für die eine private Unternehmung vorliegt). Das Transfereinkommen des Haushalts i_1 sei mit T_{i_1} bezeichnet. Auf den Gewinn einer Unternehmung k und auf die Überschüsse staatlicher Produktionseinheiten und ihre Verteilung wird weiter unten eingegangen. Für den Haushalt i_1 sollen $\sum_{k_1} \theta_{i_1 k_1} G_{k_1}$ und T_{i_1} fest vorgegeben sein, also nicht seiner Beeinflussung unterliegen.

Das Entscheidungsproblem des sich "rational" verhaltenden Haushalts i_1 kann nun angegeben werden. Der Haushalt i_1 sucht den Verbrauchsplan, der die Nutzenfunktion (131) unter seiner Budgetbeschränkung maximiert. Die Budgetbeschränkung ergibt sich mit

$$(132) \qquad \sum_i \sum_j p_{jii_1} x_{ji} + \sum_\sigma \sum_k \bar{p}_{\sigma k i_1} y_{\sigma k} = \sum_{k_1} \theta_{i_1 k_1} G_{k_1} + T_{i_1}$$

Die notwendigen Bedingungen für ein Quasi-Gleichgewicht des Haushalts i_1 ergeben sich, indem man die 1. Ableitungen der Lagrangefunktion

$$(133) \qquad U_{i_1}^* = U_{i_1} + \lambda_{i_1} \left(\sum_i \sum_j p_{jii_1} x_{ji} + \sum_\sigma \sum_k \bar{p}_{\sigma k i_1} y_{\sigma k} - \sum_{k_1} \theta_{i_1 k_1} G_{k_1} - T_{i_1} \right)$$

gleich Null setzt. Man erhält

$$(134) \qquad \frac{\partial U_{i_1}^*}{\partial x_{ji}} = \frac{\partial U_{i_1}}{\partial x_{ji}} + \lambda_{i_1} p_{jii_1} = 0$$

und

$$(135) \qquad \frac{\partial U_{i_1}^*}{\partial y_{\sigma k}} = \frac{\partial U_{i_1}}{\partial y_{\sigma k}} + \lambda_{i_1} \bar{p}_{\sigma k i_1} = 0$$

und

$$(136) \qquad \frac{\partial U_{i_1}^*}{\partial \lambda_{i_1}} = \text{Nebenbedingung (132)}$$

Es sei unterstellt, daß das Gut j_1 ein privates Gut und das Gut j_2 ein Gut mit externen Effekten darstellt ($j_1, j_2 \in \{1, \ldots, n\}$). Aus (134) und (135) hat man dann

$$(137) \qquad \frac{\partial x_{j_1, i_1}}{\partial x_{j_2, i}} = - \frac{p_{j_2, i, i_1}}{p_{j_1}} \qquad i \in \{1, \ldots, s\}$$

und

$$(138) \qquad \frac{\partial x_{j_1, i_1}}{\partial y_{j_2, k}} = - \frac{\bar{p}_{j_2, k, i_1}}{p_{j_1}} \qquad k \in \{1, \ldots, v\}$$

d.h. der Haushalt i_1 paßt die Grenzrate der Substitution zwischen dem privaten Gut und dem Gut j_2 in der Verfügung des Haushalts i_1 (in der Verfügung der Unternehmung k) dem umgekehrten Preisverhältnis der Güter an.

Wenn das Gut mit externen Effekten ein produzierter Produktionsfaktor ist, dessen Einsatz in der Unternehmung k ($k = 1, \ldots, v-1$; die Unternehmung v produziere den Faktor) die Externalitäten hervorruft, dann wird (138) für Produktionsfaktor n+g mit externen Effekten zu

$$(139) \qquad \frac{\partial x_{j_1, i_1}}{\partial y_{n+g, k}} = - \frac{\bar{p}_{n+g, k, i_1}}{p_{j_1}}$$

Die Bedingungen (139) sind entsprechend wie (138) zu interpretieren. Für den Spezialfall öffentlicher Güter im Konsumbereich wird (137) zu

$$(140) \qquad \frac{\partial x_{j_1, i_1}}{\partial x_{j_2}} = - \frac{p_{j_2, i_1}}{p_{j_1}}$$

Aus den notwendigen Bedingungen (134) und (135) bzw. (137) - (140) und der Nebenbedingung (132) kann der optimale Verbrauchsplan (das Quasi-Gleichgewicht) des Haushalts i_1 bestimmt werden, da die Bedingungen 2. Ordnung (wegen der auch für (131) unterstellten strengen Konvexität) erfüllt sind. Da nach wie vor nur innere Optima (Gleichgewichte) analysiert werden sollen,

müssen die optimalen Mengen an abgegebenen eigenen Arbeitsleistungen kleiner (gleich) sein als das Potential der Arbeitsleistungen des Haushalts i_1.

2. Das Quasi-Gleichgewicht einer Produktionseinheit

Die Produktionseinheit k_1 hat die in Abschnitt III A a 2 zugrundegelegte Produktionsfunktion

$$f_{k_1}(\ldots, y_{\sigma k}, \ldots) = 0 \tag{141}$$

Es ist zwischen privaten und unter staatlicher Regie stehenden Produktionseinheiten zu unterscheiden. Produktion und Einsatz aller der Güter, die entweder keine externen Effekte auslösen oder deren externe Effekte durch das Zusammenwirken privater Wirtschaftseinheiten internalisiert werden können, erfolgen in privaten Unternehmungen. Produktion und Einsatz aller öffentlichen Güter im eigentlichen Sinne dagegen sind nach den oben vorgetragenen Überlegungen unter staatlicher Leitung in staatlichen Unternehmungen durchzuführen. [1] Man kann sich die staatliche Produktion in einer zentralen Einheit zusammengefaßt vorstellen, so daß von den v Produktionsfunktionen (141) nur eine dem staatlichen Sektor der Wirtschaft zuzuweisen wäre. Es scheint jedoch zweckmäßiger zu unterstellen, daß der staatliche Sektor wie der private Sektor auch aus mehreren Produktionseinheiten besteht, deren Entscheidungen der Koordinierung bedürfen, die deshalb auch gesondert untersucht werden muß. Mit M_{st} sei die Menge der Indices angegeben, für die die Produktionseinheit unter staatlicher Kontrolle steht.

Die privaten und staatlichen Unternehmungen kaufen die zur Produktion benötigten Faktoren und verkaufen ihre Produkte am Markt. Sie sind bereit, für von anderen Produktionseinheiten ausgehende positive externe Effekte und für von ihnen bei anderen Wirtschaftseinheiten ausgelöste negative Externalitäten eine Kompensation zu zahlen. Andererseits erhalten sie für auf sie einwirkende negative Externalitäten und für von ihnen auf andere Wirtschaftseinheiten ausgehende positive Externalitäten Entschädigungen.

1) Vgl. S. 86 - 88 dieser Arbeit

Diese Annahmen resultieren aus der Unterstellung, daß die wahren Interessen der Wirtschaftseinheiten entweder durch Verhandlungen zwischen den privaten Wirtschaftseinheiten oder durch das politische System offengelegt werden. Die Preise der Unternehmung k_1 für das Gut σ in der Verfügung der Unternehmung k seien mit $\hat{p}_{\sigma k k_1}$ angegeben. Sie sind also nach der Unternehmung, deren Produktion beeinflußt wird, und nach der Unternehmung, in deren Verfügung sich das die Produktion beeinflussende Gut befindet, differenziert. Sie sollen, wie auch die Preise $\bar{p}_{\sigma k_1 i_1}$, von der Unternehmung k_1 als nicht beeinflußbar gelten. Unternehmung k_1 simuliert eine Anpassung der Preise $\hat{p}_{\sigma k k_1}$ und $\bar{p}_{\sigma k_1 i_1}$ an die angebotenen und nachgefragten Mengen. Liegen im Produktionsbereich keine externen Effekte bzgl. des Gutes σ der Unternehmung k vor, dann sind alle Preise $\hat{p}_{\sigma k k_1}$ mit $k \neq k_1$ Null. Unabhängig von Externalitäten gilt $\hat{p}_{\sigma k_1 k_1} = p_\sigma$.
Im Produktionsbereich gilt: Bei von der Unternehmung k_1 ausgehenden positiven Externalitäten und bei auf sie einwirkenden negativen Externalitäten ist der entsprechende Preis $\hat{p}_{\sigma k k_1}$ der Unternehmung k_1 größer (kleiner) als Null, wenn das entsprechende Gut ein Produkt (ein Faktor) ist. Bei von der Unternehmung k_1 ausgelösten negativen Externalitäten und bei auf sie einwirkenden positiven Externalitäten ist der Preis $\hat{p}_{\sigma k k_1}$ kleiner (größer) als Null, wenn das Gut ein Produkt (ein Faktor) ist. [1)]
Neben den am Markt gekauften produzierten und nichtproduzierten Produktionsfaktoren haben die Produktionseinheiten eine Erstausstattung mit produzierten Produktionsfaktoren, die aus der Produktion von Vorperioden stammen. Das Eigentum an der Erstausstattung der privaten Unternehmungen befindet sich in den Händen der Haushalte. Ihre Gewinnanteile entsprechen wiederum ihren Eigentumsanteilen. Die Gewinne der privaten Unternehmungen werden voll ausgeschüttet. Der Anfangsbestand an produzierten Produktionsfaktoren bei den staatlichen Unternehmungen kann den Haushalten nicht nach Eigentumsanteilen zugerechnet werden. Es soll unterstellt werden, daß es sich hier um Gemeineigentum bzw. gesellschaftliches Eigentum handelt, das keine Basis für die Verteilung der Überschüsse (der Gewinne) der staat-

---

1) Vgl. Seite 90/91

lichen Unternehmungen abgibt. Es wird weiter unten deutlich, daß die Verteilung nach Distributionsgesichtspunkten erfolgen muß. Die Gesamtheit der Überschüsse T wird auf die Haushalte verteilt, so daß gilt $T = \sum_{i_1} T_{i_1}$. [1)2)]

Die Erstausstattung mit Produktionsfaktoren soll die Form der Produktionsfunktionen (141) bestimmen und nicht explizit ausgewiesen werden. Konsumgüter können nur durch Produktion bereitgestellt werden; von ihnen ist also keine Erstausstattung vorhanden. Der Einfachheit halber wird unterstellt, daß der Endbestand aller Güter Null sein soll.

Nimmt man wieder an, daß Eigentum an und Leitung einer privaten Unternehmung getrennt sind, dann ist es aus der Sicht der Unternehmung auch wieder "rational", den Gewinn als Überschuß der Einnahmen über die Ausgaben zu maximieren. Es soll nun andererseits davon ausgegangen werden, daß die staatlichen Produktionseinheiten sich ebenfalls an der Maximierung des Überschusses der Einnahmen über die Ausgaben orientieren.[3)] Der Überschuß einer staatlichen Unternehmung soll auch als staatlicher Gewinn bezeichnet werden. Es ist jedoch zu beachten, daß ein staatlicher und ein privater Gewinn auf unterschiedliche Weise zustandekommen.

Eine einzelwirtschaftliche Begründung für den Überschuß oder den Gewinn als Orientierungsgröße einer staatlichen Produktionseinheit läßt sich nicht analog zur Begründung des Gewinns als Orientierungsgröße einer privaten Produktionseinheit geben, da eben kein Eigentum der Haushalte an den staatlichen Unternehmungen und damit auch keine Verteilung der staatlichen

---

1) Bei Samuelson ist dieser Punkt nicht ganz klar. Seine Größen L^i ("fixed lump-sum algebraic net income" der Person i) scheinen nicht nur verteilter staatlicher Gewinn zu sein, sondern auch Transfers (bzw. Steuern), die sich aus Distributionsgesichtspunkten ergeben und die mit der Produktion nichts zu tun haben. Vgl. Samuelson, P.A., Pure Theory ..., a.a.O., S. 105

2) Die Verteilung der Überschüsse muß allokationsneutral durchgeführt werden.

3) In der finanzwissenschaftlichen Literatur wird häufig Gewinnmaximierung als Maxime staatlichen Handelns von vornherein abgelehnt, da der Staat nicht als Unternehmer (Produzent) aufgefaßt werden könne und eine Wirtschaftseinheit besonderer Art darstelle. Vgl. z.B. Häuser, K., Über Ansätze zur Theorie der Staatsausgaben, in: Timm, H. und Haller, H. (Hrsg.), Beiträge zur Theorie der öffentlichen Ausgaben, Schriften des Vereins für Socialpolitik, N.F. Bd. 47, Berlin 1967, S. 42. Im hier vorgetragenen Zusammenhang ist diese These nicht haltbar.

Gewinne auf die Haushalte nach Eigentumsrechten in Frage kommt. Man könnte allerdings argumentieren, daß es aus der Perspektive der Haushalte sinnvoll wäre, vom Staat eine Maximierung seiner Gewinne zu verlangen, da damit ja zugleich die Gesamtsumme der Transfereinkommen, die ihnen ausgezahlt werden, maximiert wird, so daß jeder Haushalt bei gegebener Verteilung der Überschüsse ceteris paribus auch seinen Nutzen maximiert. Nun kommt es aber für den Staat auf eine wie auch immer interpretierte einzelwirtschaftliche Rationalität nicht an. Für ihn ist allein die gesamtwirtschaftliche Zielsetzung der Paretooptimalität maßgebend, soweit Allokation und Distribution trennbar sind. Hiernach hat sich also sein Entscheidungskriterium zu richten. Es wird sich jedoch zeigen, daß sich die Befolgung des Kriteriums der Maximierung der staatlichen Gewinne zugleich als gesamtwirtschaftlich rational im Sinne der Aufgaben des Staates erweist.

Das Entscheidungsproblem einer Produktionseinheit kann nun formuliert werden. Der private bzw. staatliche Gewinn einer Produktionseinheit ergibt sich mit

$$(142) \qquad G_{k_1} = \sum_{\sigma} \Big(\sum_{k} \hat{p}_{\sigma k_1 k} y_{\sigma k_1} + \sum_{k \neq k_1} \hat{p}_{\sigma k k_1} y_{\sigma k} \Big) + \sum_{i_1} \sum_{\sigma} \bar{p}_{\sigma k_1 i_1} y_{\sigma k_1}$$

G_{k_1} ist ein privater Gewinn für $k_1 \in M_{pr}$ und ein staatlicher Gewinn für $k_1 \in M_{st}$.

Der Gewinn einer privaten oder staatlichen Unternehmung ist also gleich der Differenz zwischen Einnahmen und Kosten. Statt der Einnahmen sind die Erträge einzusetzen, wenn man entgegen der oben getroffenen Annahme unterstellt, daß die private oder staatliche Unternehmung auch Produktionsfaktoren erzeugt, die sie in späteren Perioden in der eigenen Produktion verwendet. Der Gewinn ist dann gleich der Differenz zwischen Erträgen und Kosten. In dem einen Fall kann man statt von der Gewinnrechnung einer Produktionseinheit auch von ihrer Einnahmen-Kosten-Rechnung und in dem anderen Fall auch von ihrer Ertrag-Kosten-Rechnung sprechen. Der Begriff Nutzen-Kosten-Analyse für staatliche Produktionsentscheidungen über nur eine Periode ist insofern irreführend, da es im staatlichen Entscheidungs-

kalkül eben nicht darum geht, Nutzen, sondern Einnahmen bzw. Erträge zu erfassen. Bei der ordinalen Nutzenvorstellung, die hier benutzt wird, wäre eine in dem Begriff implizierte Nutzenmessung auch nicht sinnvoll.

Die Einnahmen einer Produktionseinheit stammen aus dem Erlös für anderen Wirtschaftseinheiten zur Verfügung gestellte Produkte und den Kompensationszahlungen, die sie von anderen Unternehmungen und den Haushalten für von ihr ausgelöste positive externe Effekte erhält. Die Kosten bestehen aus dem bewerteten Faktorverzehr der Periode und den Kompensationszahlungen, die sie für bei anderen Unternehmungen und Haushalten bewirkte negative externe Effekte erbringen muß. Man könnte diese Kosten als soziale Kosten und entsprechend die Einnahmen (Erträge) als soziale Einnahmen (Erträge) bezeichnen. Ist das Gut σ z. B. ein öffentliches Gut im Konsumbereich der staatlichen Produktionseinheit k_1, dann setzt sich der Preis $\hat{p}_{\sigma k_1 k_1} = p_\sigma$ aus den Preisen $p_{\sigma i}$ der betroffenen Haushalte zusammen. Hierauf wird später noch eingegangen.

Im privaten Gewinn sind Zahlungen der privaten Unternehmungen für die von staatlichen Unternehmungen bezogenen Vorleistungen enthalten, die als nach dem Äquivalenzprinzip bestimmte Steuern der privaten Unternehmungen bezeichnet werden könnten. Soweit zwischen den staatlichen Unternehmungen Leistungen ausgetauscht werden, kann man auch von nach dem Äquivalenzprinzip bestimmten Steuern einer staatlichen Unternehmung sprechen. Bei einer Konsolidierung der Einnahmen-Ausgabenrechnungen aller staatlichen Unternehmungen zu einem einheitlichen Allokationsbudget des Staates würden diese Steuern natürlich herausfallen, da ihnen Steuereinnahmen bei den Leistungen abgebenden staatlichen Unternehmungen entsprechen. Die Einnahmen des Staates aus der Abgabe der öffentlichen Güter im eigentlichen Sinne an die privaten Wirtschaftseinheiten könnte man als die nach dem Äquivalenzprinzip erhobenen Steuern oder als Steuern der Allokationsabteilung (Musgrave) bezeichnen.

Die Bedingungen 1. Ordnung für ein Gewinnmaximum der Produktionseinheit k_1 erhält man, indem man die 1. Ableitungen der Lagrangefunktion

$$(143) \qquad G^*_{k_1} = G_{k_1} + \mu_{k_1} f_{k_1}$$

bildet und gleich Null setzt. Man hat

$$(144)\qquad \frac{\partial G^{*}_{k_1}}{\partial y_{\sigma k_1}} = \sum_{k} \hat{p}_{\sigma k_1 k} + \sum_{i_1} \bar{p}_{\sigma k_1 i_1} + \mu_{k_1} \frac{\partial f_{k_1}}{\partial y_{\sigma k_1}} = 0$$

$$(145)\qquad \frac{\partial G^{*}_{k_1}}{\partial y_{\sigma k}} = \hat{p}_{\sigma k k_1} + \mu_{k_1} \frac{\partial f_{k_1}}{\partial y_{\sigma k}} = 0 \qquad k \neq k_1$$

$$(146)\qquad \frac{\partial G^{*}_{k_1}}{\partial \mu_{k_1}} = f_{k_1} = 0$$

Es sei unterstellt, daß Gut σ_1 ein privates Gut und σ_2 ein Gut mit externen Effekten darstellt. Aus (144) und (145) ergibt sich dann

$$(147)\qquad \frac{\partial y_{\sigma_1, k_1}}{\partial y_{\sigma_2, k_1}} = - \frac{\sum_{k} \hat{p}_{\sigma_2, k_1, k} + \sum_{i_1} \bar{p}_{\sigma_2, k_1, i_1}}{p_{\sigma_1}}$$

d.h. die Unternehmung k_1 paßt die Grenzrate der Transformation (der technischen Substitution) zwischen dem privaten Gut σ_1 und dem Gut σ_2 in seiner eigenen Verfügung dem Verhältnis zwischen der Summe der Preise für das Gut σ_2 und dem Preis für das Gut σ_1 an, und

$$(148)\qquad \frac{\partial y_{\sigma_1, k_1}}{\partial y_{\sigma_2, k}} = - \frac{\hat{p}_{\sigma_2, k, k_1}}{p_{\sigma_1}} \qquad k \neq k_1$$

d.h. die Unternehmung k_1 paßt die Grenzrate der Tranformation (der technischen Substitution) zwischen dem privaten Gut σ_1 und dem Gut σ_2 in der Verfügung einer anderen Unternehmung k dem Preisverhältnis zwischen $\hat{p}_{\sigma_2, k, k_1}$, d.h. dem Preis, den die Unternehmung k_1 für das Gut σ_2 in der Verfügung der Unternehmung k zahlen muß bzw. erhält, und dem Preis p_{σ_1} an.

Für den Spezialfall, daß das Gut σ_2 ein öffentliches Gut ist, das von einer staatlichen Unternehmung produziert wird und von allen privaten Unternehmungen genutzt werden kann, wird (148) für eine private Unternehmung zu

$$(149) \qquad \frac{\partial y_{\sigma_1, k_1}}{\partial y_{\sigma_2}} = - \frac{\hat{p}_{\sigma_2, k_1}}{p_{\sigma_1}}$$

d.h. die Unternehmung k_1 ($k_1 \in M_{pr}$) paßt die Grenzrate der Transformation (der technischen Substitution) dem Verhältnis zwischen dem Preis, den sie für das öffentliche Gut zahlen muß bzw. erhält, und dem Preis für das private Gut an.

Für die staatliche Produktionseinheit, die das öffentliche Gut produziert, ergibt sich statt (149)

$$(150) \qquad \frac{\partial y_{\sigma_1, k_1}}{\partial y_{\sigma_2, k_1}} = - \frac{p_{\sigma_2}}{p_{\sigma_1}} \qquad k_1 \in M_{st}$$

d.h. die staatliche Unternehmung paßt die Grenzrate der Transformation zwischen den beiden Gütern dem Verhältnis des Gesamtpreises p_{σ_2} des öffentlichen Gutes und dem Preis des privaten Gutes an.

Aus den notwendigen Bedingungen (144) und (145) bzw. (147) - (150) und aus der Nebenbedingung (146) läßt sich der optimale Produktionsplan der Unternehmung k_1 bestimmen, da (wegen der Eigenschaft strenger Konvexität) für die Produktionsfunktionen die Bedingungen 2. Ordnung erfüllt sind.

3. Das gesamtwirtschaftliche Quasi-Konkurrenzgleichgewicht und seine Optimalität

Ein gesamtwirtschaftliches Quasi-Konkurrenzgleichgewicht einer Wirtschaft mit s Haushalten und v privaten und staatlichen Unternehmungen, denen die oben beschriebenen Nutzenfunktionen und Produktionsfunktionen über (n+h) Güter zugewiesen sind, soll analog zum gesamtwirtschaftlichen Konkurrenzgleichgewicht in Abschnitt II der Arbeit durch drei Eigenschaften

gekennzeichnet sein. 1. Jeder Haushalt bestimmt unter Quasi-Konkurrenzbedingungen seinen optimalen Verbrauchsplan. 2. Jede private und staatliche Unternehmung ermittelt unter Quasi-Konkurrenzbedingungen ihren Produktionsplan. 3. Die Nachfrage nach jedem Gut muß gleich seinem Angebot sein, d.h. es muß gelten

$$(151) \qquad \sum_i x_{ji} = \sum_k y_{jk}$$

und für alle j und g

$$(152) \qquad \sum_k y_{n+g,k} = 0$$

Für ein öffentliches Gut j im Konsumbereich ergibt sich statt (151)

$$(153) \qquad x_{j1} = x_{j2} = \ldots = x_{js} = x_j = \sum_k y_{jk} \qquad k \in M_{st}$$

wenn das öffentliche Gut von mehreren staatlichen Produktionseinheiten erzeugt wird. Für ein öffentliches Gut n+g im Produktionssektor, das etwa von der staatlichen Unternehmung k ($k \in M_{st}$) produziert wird, erhält man statt (152)

$$(154) \qquad y_{jk_1} = y_{jk_2} = y_j = - y_{jk} \qquad k_1, k_2 \in M_{pr}$$

Die Definition eines gesamtwirtschaftlichen Quasi-Konkurrenzgleichgewichts läßt die Angabe der notwendigen Bedingungen für ein gesamtwirtschaftliches Quasi-Konkurrenzgleichgewicht unmittelbar zu, wenn man die Ergebnisse der einzelwirtschaftlichen Quasi-Gleichgewichte berücksichtigt und Bedingungen für die Preise einführt.

Für den Konsumbereich erhält man: Alle Haushalte sehen sich bei privaten Gütern den gleichen Preisen gegenüber. Die Summe aller Preise, die für das Gut j_2, von dem externe Effekte ausgehen und das sich in der Verfügung des Haushalts i befindet, von den Haushalten i_1 an den Haushalt i gezahlt werden müssen, muß gleich dem Preis sein, der gezahlt werden muß, um

das Gut von einem Produzenten zu erhalten. Es gilt also

$$(155) \qquad \sum_{i_1} p_{j_2, i, i_1} = p_{j_2} \qquad \text{für alle } i$$

Der hinter (155) stehende Vorgang kann in zweifacher Weise interpretiert werden. 1. Bei positiven Externalitäten zahlen alle Haushalte i_1 ($i_1 \neq i$) an den i-ten Haushalt die Preise p_{j_2, i, i_1}; der Haushalt i zahlt dem Produzenten dann den Preis p_{j_2}, wovon er selbst nur $p_{j_2 ii}$ aufbringt. Bei negativen Externalitäten empfangen alle Haushalte i_1 ($i_1 \neq i$) von Haushalt i die Preise p_{j_2, i, i_1} und der Produzent den Preis p_{j_2}, der unter dem Preis $p_{j_2, i, i}$ liegt, den der Haushalt i in sein Kalkül einstellen muß.

2. Bei positiven Externalitäten zahlen alle Haushalte an den Produzenten die Preise p_{j_2, i, i_1}, die sich zum von ihm geforderten Gesamtpreis p_{j_2} addieren müssen. Bei negativen Externalitäten erhält der Produzent von Haushalt i den Preis $p_{j_2, i, i} > p_{j_2}$. Er kompensiert mit dem Überschuß ($p_{j_2, i, i} - p_{j_2}$) die negativen externen Effekte bei den Haushalten i_1 ($i_1 \neq i$), so daß ihm netto p_{j_2} übrigbleibt.

Welches der beiden Verfahren zur Anwendung kommt, richtet sich danach, zwischen wem und in welcher Weise die Verhandlungen stattfinden, durch die die externen Effekte internalisiert werden. Für den Spezialfall eines öffentlichen Gutes im Konsumbereich gilt statt (155)

$$(156) \qquad \sum_{i_1} p_{j_2, i_1} = p_{j_2}$$

d.h. die Summe der Preise, die die Haushalte für das öffentliche Gut zahlen müssen, ergibt den Gesamtpreis p_{j_2}, der für die entsprechende staatliche Produktionseinheit maßgebend ist.

Mit (155) und mit (137) aus Abschnitt III A b 1. erhält man, wenn das Gut j_1 ein privates Gut ist

$$(157)\qquad \sum_{i_1} \frac{\partial x_{j_1,i_1}}{\partial x_{j_2,i_2}} = \sum_{i_1} \frac{\partial x_{j_1,i_1}}{\partial x_{j_2,i_3}} \qquad i_2,\ i_3 \in \{1,\dots,s\}$$

Die Bedingungen (157) sind nun nichts anderes als die im Abschnitt III A a 2. abgeleiteten Paretooptimalbedingungen im Konsumbereich.
Für den Fall öffentlicher Güter im Konsumsektor erhält man das Zwischenergebnis

$$(158)\qquad -\sum_{i_1} \frac{\partial x_{j_1,i_1}}{\partial x_{j_2}} = \frac{p_{j_2}}{p_{j_1}}$$

Für den Produktionsbereich ergibt sich: Alle Unternehmungen müssen sich bei privaten Gütern an den gleichen Preisen orientieren. Bei den Gütern mit externen Effekten muß zwischen zwei Arten von Preisen der Unternehmung k_1 unterschieden werden: 1. Die Preise, die die Unternehmung k_1 durch den Verkauf erzielt bzw. die sie für den Kauf zahlen muß. Dies sind die Preise $\hat{p}_{\sigma k_1 k_1}$. Es gilt, wie oben bereits festgestellt, $\hat{p}_{\sigma k_1 k_1} = p_\sigma$.
2. Die Preise, die die Unternehmung als Kompensation für von ihr ausgehende positive externe Effekte erhält bzw. als Kompensation für durch sie ausgelöste negative Externalitäten zahlen muß. Dies sind die Preise $\hat{p}_{\sigma k_1 k}$ und $\bar{p}_{\sigma k_1 i_1}$ $(k \neq k_1)$, und die Preise, die die Unternehmung als Kompensation für auf sie einwirkende positive Externalitäten leisten muß bzw. als Kompensation für auf sie ausgehende negative externe Effekte empfängt. Dies sind die Preise $\hat{p}_{\sigma k k_1}$ $(k \neq k_1)$. Zwischen den Unternehmungen gilt, daß der von der Unternehmung k_1 an die Unternehmung k gezahlte (von k empfangene) Preis $\hat{p}_{\sigma k_1 k}$ bzw. $\hat{p}_{\sigma k k_1}$ in das Kalkül der Unternehmung k mit dem umgekehrten Vorzeichen eingeht.
Mit (147) und (148) erhält man nach Summation

$$(159)\qquad \sum_{k_1} \frac{\partial y_{j_1,k_1}}{\partial y_{j_2,k}} = -\frac{\sum_{k_1} \hat{p}_{j_2,k,k_1} + \sum_{i_1} \bar{p}_{j_2,k,i_1} + \sum_{k_1 \neq k} \hat{p}_{j_2,k,k_1}}{p_{j_1}} = -\frac{p_{j_2}}{p_{j_1}} - \frac{\sum_{i_1} \bar{p}_{j_2,k,i_1}}{p_{j_1}}$$

wobei das Gut j_1 ein privates und das Gut j_2 ein Gut mit externen Effekten ist. Mit (138) aus Abschnitt III A b 1. wird (159) zu

$$(160) \quad -\sum_{i_1} \frac{\partial x_{j_1,i_1}}{\partial y_{j_2,k}} + \sum_{k_1} \frac{\partial y_{j_1,k_1}}{\partial y_{j_2,k}} = -\frac{p_{j_2}}{p_{j_1}}$$

oder nach Eliminierung der Preise zu

$$(161) \quad -\sum_{i_1} \frac{\partial x_{j_1,i_1}}{\partial y_{j_2,k_2}} + \sum_{k_1} \frac{\partial y_{j_1,k_1}}{\partial y_{j_2,k_2}} = -\sum_{i_1} \frac{\partial x_{j_1,i_1}}{\partial y_{j_2,k_3}} + \sum_{k_1} \frac{\partial y_{j_1,k_1}}{\partial y_{j_2,k_3}}$$

$$k_2, k_3 \in \{1, \ldots, v\}$$

Die Bedingungen (161) sind aber wiederum nicht anderes als die notwendigen Paretooptimalbedingungen für den Produktionsbereich, die mit (121) bereits im Abschnitt III A a 2. abgeleitet wurden.
Wenn das zweite Gut ein produzierter Produktionsfaktor ist, dann ist in (161) der Index j_2 durch den entsprechenden Index des Produktionsfaktors zu ersetzen. Für den Spezialfall, daß der Produktionsfaktor ein öffentliches Gut ist, erhält man aus (149) und (150) des vorigen Abschnitts statt (161)

$$(162) \quad \sum_{k} \frac{\partial y_{\sigma_1,k}}{\partial y_{\sigma_2}} = \frac{\partial y_{\sigma_1,k_1}}{\partial y_{\sigma_2,k_1}} \qquad k \in M_{pr},\ k_1 \in M_{st}$$

die der Paretooptimalbedingung (127) aus Abschnitt III A a 2. entspricht.
Die notwendigen Bedingungen für ein gesamtwirtschaftliches Quasi-Konkurrenzgleichgewicht für die Verbindung zwischen Konsum- und Produktionssektor der Wirtschaft ergeben sich nun unmittelbar aus (155) und (160) und aus (137) des Abschnitts III A b 1. mit

$$(163) \quad \frac{\partial x_{j_1,i_1}}{\partial x_{j_2,i}} = -\sum_{i_1} \frac{\partial x_{j_1,i_1}}{\partial y_{j_2,k}} + \sum_{k_1} \frac{\partial y_{j_1,k_1}}{\partial y_{j_2,k}}$$

die wiederum gleich den oben ermittelten Paretooptimalbedingungen (123)

aus Abschnitt III A a 2. sind.

Für den Spezialfall eines öffentlichen Gutes im Konsumbereich (Gut j_2) erhält man statt (163) die Bedingung

$$(164) \qquad \sum_i \frac{\partial x_{j_1,i}}{\partial x_{j_2}} = \frac{\partial y_{j_1,k}}{\partial y_{j_2,k}} \qquad k \in M_{st}$$

Die der Paretooptimalbedingung (126) aus Abschnitt III A a 2. entspricht. [1)]

Neben den abgeleiteten Bedingungen müssen die Nutzenfunktionen, die Produktionsfunktionen und die Markträumungsbedingungen (151) und (152) evtl. einschließlich (153) und (154) erfüllt sein, wie das ja auch analog für ein Paretooptimum gilt.

Mit den gleichen Einschränkungen, die bereits bei der Untersuchung der Optimalität eines Konkurrenzgleichgewichts gemacht wurden, kann aus der Gleichheit der notwendigen Bedingungen für ein gesamtwirtschaftliches Quasi-Konkurrenzgleichgewicht und der notwendigen Bedingungen für ein Paretooptimum geschlossen werden, daß das gesamtwirtschaftliche Quasi-Konkurrenzgleichgewicht ein Paretooptimum ist. Umgekehrt gilt, daß jedes Paretooptimum nach entsprechender Anpassung der Gewinn- und Transfereinkommensverteilung und gegebenenfalls nach zusätzlichen Umverteilungsmaßnahmen, die sich auf die Faktoreinkommen erstrecken, da die Verteilung der Fähigkeiten auf die Haushalte korrigiert werden muß, durch ein Quasi-Konkurrenzgleichgewicht der Wirtschaft erreicht werden kann. Die staatlichen Gewinne müssen als Transfereinkommen also so auf die Haushalte allokationsneutral verteilt werden, daß nach eventueller Korrektur der Verteilung von privaten Gewinnen und Faktoreinkommen durch allokationsneutrale Maßnahmen das soziale Optimum als gesamtwirtschaft-

---

1) Mit (156) und (158) kann (164) umgeschrieben werden zu

$$(164') \qquad \sum_{i_1} \frac{p_{j_2,i_1}}{p_{j_1}} = - \frac{\partial y_{j_1,k}}{\partial y_{j_2,k}}$$

(164') entspricht der Bedingung (c) des "pseudo-market"-Gleichgewichts bei Samuelson, P.A., Pure Theory..,a.a.O., S. 104

liches Quasi-Konkurrenzgleichgewicht realisiert wird.[1] Es ist natürlich die Frage, ob es allokationsneutrale Maßnahmen überhaupt gibt. Man wird diese Frage sicher verneinen müssen, so daß mit der Veränderung der Distribution zugleich eine Beeinträchtigung der Allokation verbunden sein wird.

Bisher ist lediglich geklärt, wie ein gesamtwirtschaftliches Quasi-Konkurrenzgleichgewicht, soweit es überhaupt existiert und eindeutig ist, bestimmt werden kann, nämlich mit Hilfe der abgeleiteten Bedingungen 1. Ordnung, der Erstausstattungen der Haushalte mit Arbeitsleistungen und der Verteilung der privaten und staatlichen Gewinne, wenn gleichzeitig die Bedingung 2. Ordnung erfüllt ist. Wichtig aber ist die auch oben schon aufgeworfene Frage, wie der Markt von einem beliebigen Preisvektor aus, der ja nur zufällig der Gleichgewichtspreisvektor sein wird, das gesamtwirtschaftliche Gleichgewicht herbeiführt. Dieser Prozeß gestaltet sich für eine Wirtschaft, in der es Güter mit externen Effekten der unterschiedlichsten Art gibt, nicht wesentlich komplizierter als für eine Wirtschaft ohne Externalitäten, wenn man die Annahme gemacht hat, was hier ja geschehen ist, daß alle Wirtschaftseinheiten sich an Quasi-Konkurrenzpreisen orientieren. Wiederum lassen sich Tâtonnementprozesse oder Anpassungsprozesse anderer Art entwerfen, die zu einem gesamtwirtschaftlichen gleichgewicht führen, das dann paretooptimal ist.

Komplizierter wird eine Koordinierung der Pläne der einzelnen Wirtschaftseinheiten, wenn man nur für Güter ohne Externalitäten Mengenanpassung unterstellt, für Güter mit externen Effekten aber teils Optionsfixierung

---

1) Die Möglichkeit der Trennung von Allokation und Distribution beruht hier darauf, daß erstens der Staat mit Quasi-Konkurrenzpreisen rechnen kann und daß zweitens diese Preise unabhängig von Verteilungserwägungen bestimmt werden können, also daß lediglich die Verteilung des Gewinnes nach Distributionsgesichtspunkten erfolgt. Ist die letzte Voraussetzung nicht gegeben, dann wird natürlich auch die Trennung von Allokations- und Distributionsmaßnahmen des Staates hinfällig. Diesen Sachverhalt scheint Samuelson andeuten zu wollen, wenn er davon spricht, daß pauschale Abweichungen in den Preisen der Personen i für ein öffentliches Gut durch pauschale Abweichungen in den Größen L^i kompensiert werden könnten, ohne daß dadurch die Optimalitätsbedingungen verletzt würden. Vgl. Samuelson, P.A., Pure Theory ..., a.a.O., S. 105

zwischen privaten Wirtschaftseinheiten - nämlich in den oben genannten Fällen der möglichen privaten Internalisierung der Externalitäten - und teils eine politische Fixierung durch den Staat - nämlich bei öffentlichen Gütern im eigentlichen Sinne - annimmt und sofern Optionsfixierung und politische Fixierung dabei nicht versuchen, Mengenanpassung zu simulieren. Ein Tâtonnementprozeß, wie er oben beschrieben wurde, kommt dann natürlich nicht mehr in Frage. Eine dezentrale Entscheidungsfindung bei den einzelnen Wirtschaftseinheiten und eine anschließende Koordinierung dieser dezentral gefällten Entscheidungen scheint dann nicht mehr denkbar. Zumindest in einigen Bereichen - nämlich wenigstens bei einem Teil externer Effekte - wird ein zentraler, d.h. staatlicher, Eingriff in dezentrale private Planung erforderlich.

B) Mehrperioden-Analyse

Nachdem in Abschnitt II das Zeitproblem in einer Wirtschaft ohne Externalitäten und in Abschnitt III A das Problem der externen Effekte für eine Wirtschaft unter Vernachlässigung des Zeitaspekts behandelt wurde, ist es nun nicht mehr schwierig, beide Ansätze zu einem einheitlichen Modell zu integrieren. Dafür ist es zweckmäßig, sich die drei wichtigsten Annahmen zur Berücksichtigung der Zeit in der Analyse der Gesamtwirtschaft ins Gedächtnis zurückzurufen. 1. Es wird eine Zeitspanne von T Perioden zugrundegelegt. 2. Konsum und Produktion einer Periode t werden als zeitpunktbezogen betrachtet. Bezugszeitpunkt ist der Anfang der Periode t 3. Die Zeitspanne von T Perioden umfaßt nur eine Generation, deren Konsum- und Produktionsprozesse die Zeitspanne von T Perioden voll einnehmen. In jeder Periode hat man es also mit den gleichen Haushalten und Unternehmungen zu tun. Die sich aus der Modifizierung dieser Annahme ergebenden Probleme erfahren durch die Einbeziehung von Externalitäten in die Analyse der Wirtschaft keine Veränderung, so daß hierauf nicht mehr eingegangen zu werden braucht und auf die bereits vorgetragenen Überlegungen verwiesen werden kann.

Auf dieser Basis werden zunächst die notwendigen Bedingungen für ein

Paretooptimum abzuleiten sein. Anschließend ist dann wiederum ein Quasi-Konkurrenzgleichgewicht für die Haushalte, die privaten und staatlichen Unternehmungen und für die Gesamtwirtschaft unter Einbeziehung des Kapitalmarktes zu bestimmen. Dabei wird die Untersuchung sich alternativ, wie bereits oben geschehen, der Konzepte der einzel- und gesamtwirtschaftlichen Zeitpräferenz- und Investitionsfunktion bedienen, um die Funktion des Kapitalmarktes besonders deutlich hervortreten zu lassen.

a) Die Bestimmung eines Paretooptimums

Die Wirtschaft wird nun beschrieben durch die Nutzenfunktionen

$$U_{i_1} = U_{i_1}(\ldots, x_{jti}, \ldots, y_{\sigma tk}, \ldots) \tag{165}$$

die Produktionsfunktionen

$$f_{k_1} = f_{k_1}(\ldots y_{\sigma tk}, \ldots) \tag{166}$$

und die Bedingungen

$$\sum_i x_{jti} = \sum_k y_{jtk} \tag{167}$$

und für alle j bzw. g und alle t

$$\sum_k y_{n/g,t,k} = 0 \tag{168}$$

d.h. 1. in jeder Periode werden die Produkte der Unternehmungen voll den Haushalten zur Verfügung gestellt, 2. in jeder Periode werden die von den Haushalten zur Verfügung gestellten Arbeitsleistungen voll von den Unternehmungen aufgenommen, 3. in jeder Periode werden alle produzierten Produktionsfaktoren von den Unternehmungen voll aufgenommen.
Aus (165) - (168) bildet man die Lagrangefunktion

$$(169)\qquad L = \sum_{i_1} \mu_{i_1} (U_{i_1} - \bar{U}_{i_1}) + \sum_{k_1} \lambda_{k_1} f_{k_1} + \sum_{j}\sum_{t} \nu_{jt} \left(\sum_{i} x_{jti} - \sum_{k} y_{jtk}\right)$$

$$- \sum_{g}\sum_{t}\sum_{k} \nu_{n+g,t}\, y_{n+g,t,k}$$

wobei $\mu_{i_1} = 1$ für ein beliebiges i_1. Das entsprechende $\bar{U}_{i_1}$ entfällt. Die notwendigen Bedingungen für ein Paretooptimum sind die gleich Null gesetzten 1. Ableitungen von (169). Man erhält

$$(170)\qquad \frac{\partial L}{\partial x_{jti}} = \sum_{i_1} \mu_{i_1} \frac{\partial U_{i_1}}{\partial x_{jti}} + \nu_{jt} = 0$$

und

$$(171)\qquad \frac{\partial L}{\partial y_{\sigma tk}} = \sum_{i_1} \mu_{i_1} \frac{\partial U_{i_1}}{\partial y_{\sigma tk}} + \sum_{k_1} \lambda_{k_1} \frac{\partial f_{k_1}}{\partial y_{\sigma tk}} - \nu_{\sigma t} = 0$$

Die Ableitungen von (169) nach den Multiplikatoren μ_{i_1}, λ_{k_1} $\nu_{\sigma t}$, gleich Null gesetzt, ergeben die Nebenbedingungen, unter denen das Nutzenniveau eines der s Haushalte maximiert wird, nämlich die fixierten Nutzenniveaus der anderen Haushalte, die Produktionsfunktionen der Unternehmungen und die Bedingungen (167) und (168).

Aus (170) und (171) lassen sich die Multiplikatoren eliminieren, wenn man annimmt, daß das Gut j_1 der Periode t_1 ein privates Gut und das Gut j_2 der Periode t_2 ein Gut mit externen Effekten ist, $j_1, j_2 \in \{1, \ldots, n\}$ und $t_1, t_2 \in \{1, \ldots, T\}$. Es ergeben sich dann die drei Arten von Bedingungen:

1. für den Konsumbereich

$$(172)\qquad \sum_{i_1} \frac{\partial x_{j_1,t_1,i_1}}{\partial x_{j_2,t_2,i_2}} = \sum_{i_1} \frac{\partial x_{j_1,t_1,i_1}}{\partial x_{j_2,t_2,i_3}} \qquad i_2, i_3 \in \{1, \ldots, s\}$$

2. für den Produktionsbereich

$$(173) \quad -\sum_{i_1} \frac{\partial x_{j_1,t_1,i_1}}{\partial y_{j_2,t_2,k_2}} + \sum_{k_1} \frac{\partial y_{j_1,t_1,k_1}}{\partial y_{j_2,t_2,k_2}} = -\sum_{i_1} \frac{\partial x_{j_1,t_1,i_1}}{\partial y_{j_2,t_2,k_3}} + \sum_{k_1} \frac{\partial y_{j_1,t_1,k_1}}{\partial y_{j_2,t_2,k_3}}$$

$$k_2, k_3 \in \{1, \ldots, v\}$$

und schließlich 3. für die Verbindung von Konsum- und Produktionssektor

$$(174) \quad \sum_{i_1} \frac{\partial x_{j_1,t_1,i_1}}{\partial x_{j_2,t_2,i}} = -\sum_{i_1} \frac{\partial x_{j_1,t_1,i_1}}{\partial y_{j_2,t_2,k}} + \sum_{k_1} \frac{\partial y_{j_1,t_1,k_1}}{\partial y_{j_2,t_2,k}}$$

$$i \in \{1, \ldots, s\}, k \in \{1, \ldots, v\}$$

Ist das Gut mit externen Effekten ein produzierter Produktionsfaktor, dann verändert sich lediglich (173). Statt j_2 ist dann der entsprechende Index des produzierten Produktionsfaktors einzusetzen. Die Bedingungen für die Spezialfälle, daß das Gut mit externen Effekten ein öffentliches Gut im Konsum- bzw. im Produktionssektor ist, sind unmittelbar hinzuzuschreiben und sollen hier nicht mehr extra angegeben werden.

Für $t_1 = t_2 = t$ ergeben sich die intratemporalen Bedingungen, d.h. die Bedingungen, die zwischen den Grenzraten der Substitution, den Grenzraten der Transformation und den Grenzraten der technischen Substitution innerhalb jeder Periode gelten müssen. Sie entsprechen den Bedingungen für eine über nur eine Periode betrachtete Wirtschaft. Der Einperioden-Fall ist also als Spezialfall für T = 1 in (172) bis (174) enthalten. Die Zeitnotierung ist dann natürlich überflüssig. Zu den intratemporalen Bedingungen kommen im Mehrperioden-Fall die intertemporalen Bedingungen, die den Zusammenhang zwischen den Grenzraten der Substitution, den Grenzraten der Transformation und den Grenzraten der technischen Substitution zwischen Gütern unterschiedlicher Perioden zum Ausdruck bringen.

Aus den notwendigen Paretooptimalbedingungen (172) - (174) kann auf der Basis der das System beschreibenden Relationen (165) - (168), der für

(s-1) Haushalte fixierten Nutzenniveaus und der Ressourcen der Wirtschaft das zugehörige Paretooptimum ermittelt werden, da wegen der Bedingungen der strengen Konvexität für die Nutzen- und Produktionsfunktionen die Bedingungen 2. Ordnung erfüllt sind.

b) Die Bestimmung eines gesamtwirtschaftlichen Quasi-Konkurrenzgleichgewichts

1. Das Quasi-Gleichgewicht eines Haushalts

Das Planungsproblem eines Haushalts i_1 über T Perioden kann in Anlehnung an die Ergebnisse der vorhergehenden Überlegungen wie folgt formuliert werden. Der Haushalt i_1 maximiert seine Nutzenfunktion

$$(175) \qquad U_{i_1} = U_{i_1}(\ldots, x_{jti}, \ldots, y_{\sigma tk}, \ldots)$$

unter der Nebenbedingung

$$(176) \qquad \sum_i \sum_j \sum_t p_{jtii_1} x_{jti} (1+\xi_{1t})^{-1} + \sum_k \sum_\sigma \sum_t \bar{p}_{\sigma tki_1} y_{\sigma tk} (1+\xi_{1t})^{-1} = \sum_{k_1} \theta_{i_1 k_1} G_{k_1} + T_{i_1}$$

Die notwendigen Bedingungen für den optimalen Verbrauchsplan unter Quasi-Konkurrenzbedingungen, der am Anfang der 1. Periode für alle T Perioden aufgestellt wird, erhält man, indem man die ersten Ableitungen der Lagrangefunktion

$$(177) \qquad U^*_{i_1} = U_{i_1} + \lambda_{i_1} \quad \text{(Nebenbedingung (176))}$$

bildet und gleich Null setzt. Es ergibt sich

$$(178) \qquad \frac{\partial U^*_{i_1}}{\partial x_{jti}} = \frac{\partial U_{i_1}}{\partial x_{jti}} + \lambda_{i_1} p_{jtii_1} (1+\xi_{1t})^{-1} = 0$$

und

$$\frac{\partial U_{i_1}^*}{\partial y_{\sigma tk}} = \frac{\partial U_{i_1}}{\partial y_{\sigma tk}} + \lambda_{i_1} \bar{p}_{\sigma tki_1} (1+\xi_{1t})^{-1} = 0 \tag{179}$$

und

$$\frac{\partial U_{i_1}^*}{\partial \lambda_{i_1}} = \text{Nebenbedingung (176)} \tag{180}$$

Es sei wieder das Gut j_2 in der Periode t_2 das Gut mit den externen Effekten und Gut j_1 in der Periode t_1 das private Gut. Aus (178) und (179) hat man dann

$$\frac{\partial x_{j_1,t_1,i_1}}{\partial x_{j_2,t_2,i}} = - \frac{p_{j_2,t_2,i,i_1} (1+\xi_{1t_2})^{-1}}{p_{j_1,t_1} (1+\xi_{1t_1})^{-1}} \tag{181}$$

und

$$\frac{\partial x_{j_1,t_1,i_1}}{\partial y_{j_2,t_2,k}} = - \frac{\bar{p}_{j_2,t_2,k,i_1} (1+\xi_{1t_2})^{-1}}{p_{j_1,t_1} (1+\xi_{1t_1})^{-1}} \tag{182}$$

d.h. der Haushalt i_1 paßt die Grenzrate der Substitution zwischen dem privaten Gut und dem Gut mit externen Effekten in der Verfügung des Haushalts i (der Unternehmung k) dem umgekehrten Verhältnis der diskontierten Preise der Güter an. In (181) und (182) sind die intratemporalen Bedingungen ($t_1=t_2=t$) und die intertemporalen Bedingungen ($t_1 \neq t_2$) zusammengefaßt und enthalten somit als Spezialfall die Bedingungen des Planungsproblems eines Haushalts für nur eine Periode.

In den Bedingungen (181) und (182) lassen sich unschwer die Fälle eines produzierten Produktionsfaktors mit externen Effekten und eines öffentlichen Gutes im Konsumbereich einbauen. Mit den notwendigen Bedingungen kann das Quasi-Gleichgewicht des Haushalts i_1 ermittelt werden, da die Bedingungen 2. Ordnung erfüllt sind (die Nutzenfunktionen genügen den Bedingungen strenger Konvexität).

Das Planungsproblem des Haushalts i_1 kann nun anhand seiner Zeitpräferenzfunktion, wie oben bereits für den Fall, bei dem externe Effekt nicht vorkamen, geschehen, umformuliert werden. Hierzu wird wiederum angenommen, daß die Arbeitsleistungen eines Haushalts nicht in die Nutzenfunktion eingehen und exogen bestimmt sind. Jeder Haushalt habe die gleichen Konsumgüter. Die Menge der Indices, für die ein Gut ein Konsumgut ist, sei mit M_2 bezeichnet. Es wird nun unterstellt, daß der Haushalt i_1 die intratemporalen Bedingungen

$$\frac{\partial x_{j_1,t,i_1}}{\partial x_{j_2,t,i}} = - \frac{p_{j_2,t,i,i_1}}{p_{j_1,t}} \qquad j_1, j_2 \in M_2 \tag{183}$$

und

$$\frac{\partial x_{j_1,t,i_1}}{\partial y_{\sigma tk}} = - \frac{\bar{p}_{\sigma tki_1}}{p_{j_1,t}} \qquad \sigma \neq j_1 \tag{184}$$

erfüllt. Zur weiteren Vereinfachung der folgenden Argumentation sei ferner angenommen, daß nur ein privates Gut in jeder Periode vorliegt und daß von allen anderen Gütern wechselseitige externe Effekte auf alle Haushalte und externe Effekte von allen Unternehmungen auf alle Haushalte ausgehen. Diese Annahme kann modifiziert werden, ohne daß sich die Ergebnisse der folgenden Analyse verändern. In (183) hat man dann $(m_2-1) \cdot T \cdot s$ voneinander unabhängige Bedingungen. Mit m_2 sei dabei die in jeder Periode konstante Anzahl der Konsumgüter angegeben. In (184) hat man dagegen $((n+h)-1) \cdot T \cdot v$ voneinander unabhängige Bedingungen. Dazu kommen die Nutzenfunktion und die T Konsumausgaben.

$$c_{ti_1} = \sum_j \sum_i p_{jtii_1} x_{jti} + \sum_\sigma \sum_k \bar{p}_{\sigma tki_1} y_{\sigma tk} \qquad j \in M_2 \; ; \; \sigma \neq j_1 \tag{185}$$

Insgesamt sind das $[(m_2-1) \cdot T \cdot s + ((n+h)-1) \cdot T \cdot v + T + 1]$ voneinander unabhängige Relationen in den Variablen U_{i_1}, c_{ti_1}, x_{jti}, $y_{\sigma tk}$ $(j \in M_2; \sigma \neq j_1)$. Die Anzahl der Variablen ist damit $[(m_2-1) \cdot T \cdot s + T + ((n+h)-1) \cdot T \cdot v + T + 1]$.

Unter bestimmten Bedingungen lassen sich die Relationen zu einer Relation reduzieren die T + 1 Variablen enthält, nämlich den Nutzenindex V_{i_1} und die T Konsumausgaben c_{ti_1}. Man erhält also die Funktion

$$V_{i_1} = V_{i_1}(c_{1i_1}, \ldots, c_{Ti_1}) \tag{186}$$

Die Funktion (186) sei wiederum als Zeitpräferenzfunktion des Haushalts i_1 bezeichnet. Sie gibt zu jeder zeitlichen Konsumstruktur das maximal erreichbare Nutzenniveau bei gegebenem Konsumgüterpreissystem an. Es ist im Gegensatz zur Funktion (46) in Abschnitt II b 2.2 jedoch zu bedenken, daß die Zeitpräferenzfunktion (186) auf der Basis eines Quasi-Konkurrenzsystems in den einzelnen Perioden abgeleitet wurde und insofern einen ganz anderen Charakter als die früher ermittelte Zeitpräferenzfunktion eines Haushalts hat.

Es lassen sich in gleicher Weise wie früher marginale Zeitpräferenzraten definieren; die nun aber sozusagen "soziale" individuelle Raten darstellen, da in ihnen alle externen Effekte, die vom und auf den Haushalt i_1 ausgehen, erfaßt sind. Die Raten sind von den Marktzinssätzen unabhängig.

Der optimale Verbrauchsplan ergibt sich durch Maximierung von (186) unter der Budgetrestriktion (176), die nun geschrieben werden kann

$$\sum_{k_1} \theta_{i_1 k_1} G_{k_1} + T_{i_1} + \sum_t (e_{ti_1} - c_{ti_1})(1 + \xi_{1t})^{-1} = 0 \tag{187}$$

wobei das Faktoreinkommen des Haushalts i_1 in der Periode t, nämlich e_{ti_1}, in der Relation

$$e_{ti_1} = \sum_j p_{jt} x_{jti_1} \qquad j \in M_{1i_1} \tag{188}$$

definiert ist.[1] M_{1i_1} ist die Menge der Indices j, für das Gut j in der Periode

---

1) Hierbei ist angenommen, daß von den Arbeitsleistungen der Haushalte keine externen Effekte ausgehen.

t für den Haushalt i_1 ein Faktor ist. Man erhält erneut die notwendigen Bedingungen des optimalen Verbrauchsplans mit

$$\eta_{t_1,t_2,i_1} = \xi_{t_1,t_2} \qquad t_2 > t_1 \tag{189}$$

d.h. der Haushalt i_1 paßt seine marginalen "sozialen" individuellen Zeitpräferenzraten zwischen zwei beliebigen Perioden t_1 und t_2 ($t_2 > t_1$) den Marktraten ξ_{t_1,t_2} an. Die Intertemporale Konsumstruktur wird also auch bei Vorliegen von Externalitäten allein durch die Zinssätze des Kapitalmarktes bzw. den aus ihnen gebildeten Ertragsraten bestimmt.

Die Funktion des Kapitalmarktes verändert sich durch die Berücksichtigung externer Effekte nicht. Die einfache Integration des Kapitalmarktes in eine Wirtschaft mit Externalitäten ist auf die Zugrundelegung des Quasi-Konkurrenzpreissystems zurückzuführen. Es wird sogleich klar werden, daß die Integration des Kapitalmarktes in die Entscheidungen der privaten und staatlichen Unternehmungen in gleicher Weise durch die Verwendung eines Quasi-Konkurrenzpreissystems in einfacher Form ermöglicht wird.

Im Zweiperioden-Fall kann die Abb. 1 auf den hier dargestellten Zusammenhang übertragen werden. Die Abb. 1 ist lediglich im Sinne der soeben vorgetragenen Überlegungen zu interpretieren.

2. Das Quasi-Gleichgewicht einer Produktionseinheit

Der optimale Produktionsplan einer privaten oder staatlichen Unternehmung k_1 ergibt sich aus der Maximierung des Gewinns, der nun mit

$$G_{k_1} = \sum_t \Big[\sum_\sigma \Big(\sum_k \hat{p}_{\sigma t k_1 k} y_{\sigma t k_1} + \sum_{k=k_1} \hat{p}_{\sigma t k k_1} y_{\sigma t k} \Big) + \sum_{i_1} \sum_\sigma \bar{p}_{\sigma t k_1 i_1} y_{\sigma t k_1} \Big] (1+\xi_{1t})^{-1} \tag{190}$$

angegeben werden kann, unter der Nebenbedingung der Produktionsfunktion

$$f_{k_1}(\ldots, y_{\sigma t k'}, \ldots) = 0 \tag{191}$$

Der Gewinn einer privaten oder staatlichen Produktionseinheit ist also in diesem Falle gleich dem Gegenwartswert der Einnahmen minus dem Gegenwartswert der Ausgaben. Die Einnahmen jeder Periode stammen aus dem Erlös der anderen Wirtschaftseinheiten zur Verfügung gestellten Produkte und den Kompensationszahlungen, die die Produktionseinheit von anderen Unternehmungen und den Haushalten für von ihr ausgelöste positive externe Effekte erhält. Dies sind die sozialen Einnahmen der Produktion. Die Ausgaben jeder Periode setzen sich aus den Ausgaben für Faktorkäufe und den Kompensationszahlungen zusammen, die sie für bei anderen Unternehmungen und Haushalten bewirkte negative externe Effekte erbringen muß. Dies sind die sozialen Ausgaben der Produktion.

Aus der vorgetragenen Sicht des Entscheidungsproblems ergibt sich damit, daß der Begriff Nutzen-Kosten-Analyse wiederum irreführend ist. Es handelt sich bei dem Entscheidungskalkül einer staatlichen Produktionseinheit weder darum, Nutzen, noch darum, Kosten eines Produktionsprozesses (Projektes) zu bestimmen, sondern darum, den Strom der Einnahmen und Ausgaben zu ermitteln, die mit dem Projekt verbunden sind. Das Entscheidungskalkül ist also eine Einnahmen-Ausgaben-Rechnung (Analyse).

Man bilde nun die Lagrangefunktion

$$(192) \qquad G^{*}_{k_1} = G_{k_1} + \mu_{k_1} f_{k_1}$$

Ihre 1. Ableitungen gleich Null gesetzt sind die notwendigen Bedingungen für den optimalen Produktionsplan. Man erhält

$$(193) \qquad \frac{\partial G^{*}_{k_1}}{\partial y_{\sigma tk_1}} = \sum_{k} \hat{p}_{\sigma tk_1 k} (1+\xi_{1t})^{-1} + \sum_{i_1} \bar{p}_{\sigma tk_1 i_1} (1+\xi_{1t})^{-1} + \mu_{k_1} \frac{\partial f_{k_1}}{\partial y_{\sigma tk_1}} = 0$$

und

$$(194) \qquad \frac{\partial G^{*}_{k_1}}{\partial y_{\sigma tk}}_{k \neq k_1} = \hat{p}_{\sigma tkk_1} (1+\xi_{1t})^{-1} + \mu_{k_1} \frac{\partial f_{k_1}}{\partial y_{\sigma tk}} = 0$$

und

$$(195) \qquad \frac{\partial G^{*}_{k_1}}{\partial \mu_{k_1}} = f_{k_1} = 0$$

Wenn Gut σ_1 ein privates Gut und σ_2 ein Gut mit externen Effekten repräsentiert, ergibt sich aus (193) und (194)

$$(196) \qquad \frac{\partial y_{\sigma_1, t_1, k_1}}{\partial y_{\sigma_2, t_2, k_1}} = - \frac{(\sum_k \hat{p}_{\sigma_2 t k_1 k} + \sum_{i_1} \bar{p}_{\sigma t k_1 i_1})(1 + \xi_{1 t_2})^{-1}}{p_{\sigma_1 t_1}(1 + \xi_{1 t_1})^{-1}}$$

d.h. die Unternehmung k_1 paßt die Grenzrate der Transformation (der technischen Substitution) zwischen dem privaten Gut σ_1 in der Periode t_1 und dem Gut σ_2 der Periode t_2 in seiner eigenen Verfügung dem Verhältnis zwischen der diskontierten Preissumme für das Gut mit externen Effekten und dem diskontierten Preis des privaten Gutes an, und

$$(197) \qquad \frac{\partial y_{\sigma_1, t_1, k_1}}{\partial y_{\sigma_2, t_2, k}} = - \frac{\hat{p}_{\sigma_2, t_2, k, k_1}(1 + \xi_{1 t_1})^{-1}}{p_{\sigma_1, t_1}(1 + \xi_{1 t_1})^{-1}} \qquad k \neq k_1$$

d.h. die Unternehmung k_1 paßt die Grenzrate der Transformation der technischen Substitution zwischen dem privaten Gut σ_1 in der Periode t_1 und dem Gut σ_2 der Periode t_2 in der Verfügung der Unternehmung k dem Verhältnis der entsprechenden diskontierten Preise an.

Das einzige was sich gegenüber der Einperioden-Analyse ändert, ist also das Arbeiten mit diskontierten Preisen statt mit einfachen Preisen. Für $t_1 = t_2 = t$ erhält man die intratemporalen Bedingungen der optimalen Produktion. Sie sind von den Zinssätzen des Kapitalmarktes unabhängig, da die Diskontierungsfaktoren dann herausfallen. Für T=1 reduzieren sich die Bedingungen (196) und (197) zu den bereits oben abgeleiteten Bedingungen der Einperioden-Analyse. Sie sind also als Spezialfall in (196) und (197) enthalten. Für $t_1 \neq t_2$ hat man die intertemporalen Bedingungen der optimalen Produktion. Sie geben die Abstimmung der Produktion zwischen unterschiedlichen Perioden an und werden neben den Preisen von den Zinssätzen des Kapitalmarktes beeinflußt, und zwar von allen Zinssätzen, die zwischen den beiden Perioden gelten.

In die Bedingungen (196) und (197) läßt sich unschwer der Fall öffentlicher Güter im Produktionsbereich einbauen. Der optimale Produktionsplan ist wiederum aus (196) und (197) bestimmbar.

Als letztes muß auf den Finanzierungsaspekt staatlicher Produktion hingewiesen werden. Alle Ausgaben, die der Staat nicht durch Einnahmen aus der Abgabe der von ihm produzierten Güter decken kann, finanziert er durch Mittel, die er am Kapitalmarkt aufnimmt. Im übrigen entsprechen die Kapitalmarkttransaktionen des Staates denen privater Unternehmungen, wie sie in Abschnitt II b 3.1. dieser Arbeit beschrieben wurden. Letztlich müssen also alle Ausgaben jeder staatlichen Unternehmung durch ihre Einnahmen (Steuern) gedeckt werden. Der Kapitalmarkt steht ihm dabei zu den gleichen Konditionen offen wie den privaten Wirtschaftseinheiten auch. Der Staat unterscheidet sich insofern also nicht von den Haushalten und den privaten Unternehmungen.

Das Planungsproblem einer Unternehmung läßt sich nun ebenfalls umformulieren. Hierzu ist das Konzept der Investitionsfunktion einer Unternehmung neu zu definieren.

Gesucht wird die Investitionsfunktion

$$(198) \qquad I_{k_1}\left(A_{1k_1},\ldots,A_{Tk_1},E_{1k_1},\ldots,E_{Tk_1}\right) = 0$$

mit den bereits oben genannten Eigenschaften. Ausgaben und Einnahmen lassen sich jetzt nur festlegen, wenn die Art der Externalitäten bekannt ist. Es sei z.B. unterstellt, daß von allen Gütern nur positive externe Effekte ausgehen. Man hat dann

$$(199) \qquad \begin{aligned} A_{tk_1} = & - \sum_{\sigma} \hat{p}_{\sigma t k_1 k_1}\, y_{\sigma t k_1} && \sigma \in \bar{M}_{1k_1} \\ & - \sum_{\sigma} \sum_{k \neq k_1} \hat{p}_{\sigma t k k_1}\, y_{\sigma t k} && \sigma \in \{1,\ldots,n+h\} \end{aligned}$$

und

$$E_{tk_1} = \sum_{\sigma} \hat{p}_{\sigma tk_1k_1} y_{\sigma tk_1} \qquad \sigma \in \bar{M}_{2k_1}$$

(200)
$$+ \sum_{\sigma} \sum_{k \neq k_1} \hat{p}_{\sigma tk_1k} y_{\sigma tk_1}$$
$$+ \sum_{\sigma} \sum_{i_1} \bar{p}_{\sigma tk_1i_1} y_{\sigma tk_1} \qquad \Big\} \qquad \sigma \in \{1, \ldots, n+h\}$$

wobei $\bar{M}_{1k_1}$ die Menge der Indices ist, für die das Gut σ in der Periode t für die Unternehmungen k_1 ein Faktor ist und $\bar{M}_{2k_1}$ die Menge der Indices ist, für die das Gut σ in der Periode t für die Unternehmung k_1 ein Produkt ist.

Die Bedingungen dafür, daß die Investitionsausgaben einer beliebigen Periode ihr Maximum erreichen, wenn die Investitionsausgaben der anderen Perioden und die Investitionseinnahmen aller Perioden ein fest vorgegebenes Niveau haben, ergeben sich mit

(201)
$$\frac{\partial y_{\sigma_1, t, k_1}}{\partial y_{\sigma_2, t, k_1}} = - \frac{p_{\sigma_2, t}}{p_{\sigma_1, t}} \qquad \sigma_1, \sigma_2 \in \bar{M}_{1k_1}$$

und

(202)
$$\frac{\partial y_{\sigma_1, t, k_1}}{\partial y_{\sigma_2, t, k}} = - \frac{\hat{p}_{\sigma_2, t, k, k_1}}{p_{\sigma_1 t}} \qquad \sigma_1 \in \bar{M}_{1k_1} \quad \sigma_2 \in \{1, \ldots, n+h\} \text{ und } k \neq k_1$$

Die Bedingungen dafür, daß die Investitionseinnahmen einer beliebigen Periode ihr Maximum erreichen, wenn die Investitionseinnahmen aller anderen Perioden und die Investitionsausgaben aller Perioden ein fest vorgegebenes Niveau haben, erhält man mit

(203)
$$\frac{\partial y_{\sigma_1, t, k_1}}{\partial y_{\sigma_2, t, k_1}} = - \frac{\sum_{k} \hat{p}_{\sigma_2, t, k_1, k} + \sum_{i_1} \bar{p}_{\sigma_2, t, k_1, i_1}}{p_{\sigma_1, t}}$$
$$\sigma_1, \sigma_2 \in \bar{M}_{2k_1}$$

Dabei ist unterstellt, daß das Gut σ_1 keine Externalitäten auslöst.

Die Bedingungen (201) - (203) sind nun nichts anderes als die intratemporalen Bedingungen in (196) und (197).

Mit $\bar{m}_{1k_1}$ sei die Anzahl der Faktoren, mit $\bar{m}_{2k_1}$ die Anzahl der Produkte und mit $\bar{m}_{k_1}$ die Anzahl der Güter ($\bar{m}_{k_1} = \bar{m}_{1k_1} + \bar{m}_{2k_1}$) bezeichnet, die in jeder Periode in die Produktionsfunktion der Unternehmung k_1 eingehen.

Die Anzahl der voneinander unabhängigen Bedingungen in (201) - (203) läßt sich dann angeben mit $(\bar{m}_{1k_1} - 1)\, T + \sum_{k \neq k_1} \bar{m}_k\, T + (\bar{m}_{2k_1} - 1)\, T = \sum_k \bar{m}_k\, T - 2\, T$.

Hierzu kommen die 2 T Relationen (199) und (200) und die Produktionsfunktion (191), so daß die Anzahl der voneinander unabhängigen Relationen zur Bestimmung der Investitionsfunktion (198) gleich $\sum_k \bar{m}_k\, T + 1$ ist. Die Anzahl der Variablen $y_{\sigma tk}$, E_{tk_1} und A_{tk_1} ist aber $\sum_k \bar{m}_k\, T + 2\, T$. Unter bestimmten Bedingungen lassen sich die $\sum_k \bar{m}_k\, T + 1$ Relationen zu den Investitionsfunktion (198) in 2 T Variablen reduzieren.

Zur Investitionsfunktion (198) können wiederum marginale Transformationsraten und Substitutionsraten und die ihnen zugehörigen marginalen internen Ertragsraten definiert werden, die unabhängig von den Zinsraten des Kapitalmarktes sind. Bei ihrer Interpretation muß jedoch bedacht werden, daß sie auf der Basis ermittelt wurden, daß die Unternehmungen unter Quasi-Konkurrenzbedingungen entscheiden und folglich alle Externalitäten in den Investitionsausgaben und -einnahmen erfaßt sind. Die Raten sind abermals sozusagen "soziale" individuelle Raten.

Das Optimierungsproblem der privaten oder staatlichen Unternehmung besteht nun darin, den Gewinn unter der Nebenbedingung der Investitionsfunktion (198) zu maximieren. Für den Gewinn kann man unter Verwendung von (199) und (200) jetzt schreiben

$$(204) \qquad G_{k_1} = \sum_t \left(E_{tk_1} - A_{tk_1} \right) (1 + \xi_{1t})^{-1}$$

Man erhält erneut die Bedingungen

(205) $$ {}_1\rho_{t_1,t_2,k_1} = {}_2\rho_{t_1,t_2,k_1} = {}_3\rho_{t_1,t_2,k_1} = \xi_{t_1,t_2} \qquad t_2 > t_1 $$

d.h. die Unternehmung k_1 paßt einerseits die marginalen internen Ertragsraten, in denen alle externen Effekte berücksichtigt sind, aneinander an und gleichen diese andererseits an die Marktraten ξ_{t_1,t_2} an. Die intertemporale Struktur von Ausgaben und Einnahmen der Investition einer privaten oder staatlichen Unternehmung k_1 wird auch bei Vorliegen von Externalitäten allein durch die Zinssätze des Kapitalmarktes bestimmt.
Die graphische Veranschaulichung des Zweiperioden-Falles der Produktionsplanung einer Unternehmung, wie sie oben für Güter ohne Externalitäten vorgenommen wurde, ist unmittelbar auf die mit externen Effekten verbundene Produktion übertragbar. Bei der Interpretation der Graphiken ist lediglich zu berücksichtigen, daß in den Einnahmen auch Kompensationen für von der Unternehmung k_1 ausgelöste externe Effekte enthalten sind.

3. Das gesamtwirtschaftliche Quasi-Konkurrenzgleichgewicht und seine Optimalität

An der Definition eines gesamtwirtschaftlichen Quasi-Konkurrenzgleichgewichts ändert sich im Mehrperioden-Fall kaum etwas. Es sind nun T Perioden zu berücksichtigen. Die optimalen Verbrauchs- und Produktionspläne werden über T Perioden aufgestellt. In jeder Periode muß der Markt für jedes Gut geräumt sein. Wenn man bedenkt, daß in die Preisbedingungen des Abschnitts III A b 3 - Preisbedingungen, die den Quasi-Konkurrenzmechanismus im Einperioden-Fall kennzeichneten - nur die Diskontierungsfaktoren aufgenommen werden müssen, dann können aus den notwendigen Bedingungen für die optimalen Verbrauchspläne der Haushalte und für die optimalen Produktionspläne der privaten und staatlichen Unternehmungen die notwendigen Bedingungen für das gesamtwirtschaftliche Quasi-Konkurrenzgleichgewicht abgeleitet werden, die noch um die Markträumungsbedingungen zu ergänzen sind. Diese notwendigen Bedingungen für das gesamtwirtschaftliche Quasi-Konkur-

renzgleichgewicht sind dann wiederum gleich den in Abschnitt III B a ermittelten notwendigen Bedingungen für ein Paretooptimum. Hieraus kann unter Hinzunahme weiterer Überlegungen geschlossen werden, daß der Quasi-Konkurrenzmechanismus ein "Pareto-satisfactory" Mechanismus ist. Das bedeutet: Wenn erstens jeder Haushalt seinen Nutzen über T Perioden maximiert und dabei alle externen Effekte im Sinne des Quasi-Konkurrenzsystems korrekt erfaßt und seine Budgetbeschränkung erfüllt, die darin besteht, daß der Gegenwartswert seiner Einnahmen aus dem Verkauf seiner Arbeitsleistungen, aus den Gewinnbeteiligungen bei den privaten Unternehmungen und aus den Transfers, die der Staat aus den Gewinnen seiner Unternehmungen an ihn zahlt, gleich sein muß dem Gegenwartswert seiner Konsumausgaben, und wenn zweitens jede private Unternehmung ihren Gewinn (gleich Kapitalwert = Gegenwartswert der Einnahmen minus Ausgaben) unter der Nebenbedingung ihrer Produktionsfunktion maximiert und dabei im Gewinn alle externen Effekte im Sinne des Quasi-Konkurrenzsystems korrekt erfaßt und wenn schließlich drittens der Staat als Produzent der öffentlichen Güter im eigentlichen Sinne seinen Unternehmungen die Anweisung gibt, in gleicher Weise wie die privaten Unternehmungen den Kapitalwert ihrer Produktion unter der Restriktion der staatlichen Produktionsbedingungen zu maximieren, dann führt dieses dezentrale Entscheidungssystem zu einem paretooptimalen Ergebnis. Das in der allokationspolitischen Zielsetzung des Staates begründete Kriterium der Kapitalwertmaximierung für staatliche Unternehmungen kann also nicht isoliert betrachtet werden. Es ist nur im Zusammenhang mit einem im beschriebenen Sinne richtigen Verhalten der privaten Wirtschaftseinheiten gültig. Und das bedeutet zweitens: Wenn der Staat durch seine Verteilungspolitik direkt oder indirekt über allokationsneutrale Maßnahmen für eine optimale Verteilung der Ressourcen der Wirtschaft auf die Haushalte sorgt, dann gewährleistet der Mechanismus der Quasi-Konkurrenz zugleich, daß über das dezentrale Entscheidungssystem auch das soziale Optimum realisiert wird.

Der Kapitalmarkt behält auch bei Vorliegen von externen Effekten allein die Aufgabe, eine optimale intertemporale Konsumstruktur der Gesamtwirtschaft herbeizuführen. Er stellt hierbei erneut sozusagen die Vermittlungsstelle

zwischen den intertemporalen Konsumwünschen der Haushalte untereinander, zwischen den intertemporalen produktiven Möglichkeiten der privaten und staatlichen Unternehmungen untereinander und zwischen den intertemporalen Konsumwünschen des Konsumsektors und den intertemporalen produktiven Möglichkeiten des Produktionssektors dar. Diese gesamtwirtschaftliche Funktion des Kapitalmarktes wird wiederum deutlich, wenn man die notwendigen Bedingungen für das gesamtwirtschaftliche Quasi-Konkurrenzgleichgewicht aus den Quasi-Gleichgewichtsbedingungen der Haushalte in Bezug auf ihre marginalen Zeitpräferenzraten und aus den Quasi-Gleichgewichtsbedingungen der Unternehmungen in Bezug auf ihre marginalen internen Ertragsraten ableitet. Der Kapitalmarkt sorgt erstens für die Einhaltung der Bedingung

$$(206) \qquad \eta_{t_1,t_2,i_1} = \eta_{t_1,t_2,i_2} \qquad i_1, i_2 = 1,\ldots,s \; ; t_1 < t_2$$

d.h. die marginalen Zeitpräferenzraten unter korrekter Erfassung aller externen Effekte zwischen den Perioden t_1 und t_2 müssen für alle Haushalte gleich sein.
Zweitens sorgt er für die Einhaltung der Bedingung

$$(207) \qquad a\rho_{t_1,t_2,k_1} = a\rho_{t_1,t_2,k_2} \qquad \begin{array}{l} a = 1,2,3 \\ k_1, k_2 = 1,\ldots,v \\ t_1 < t_2 \end{array}$$

d.h. die marginalen internen Ertragsraten unter korrekter Erfassung aller externen Effekte zwischen den Perioden t_1 und t_2 müssen für alle Produktionseinheiten, also für private und staatliche Unternehmungen, gleich sein.
Und schließlich sorgt er drittens für die Einhaltung der Bedingung

$$(208) \qquad \eta_{t_1,t_2,i} = a\rho_{t_1,t_2,k} \qquad \begin{array}{l} i = 1,\ldots,s \\ k = 1,\ldots,v \end{array}$$

d.h. die marginalen Zeitpräferenzraten aller Haushalte müssen gleich den

marginalen internen Ertragsraten der privaten und staatlichen Unternehmungen sein. In allen Zeitpräferenzraten und internen Ertragsraten müssen wiederum alle externen Effekte korrekt erfaßt sein.
Die Bedingungen (206) - (208) stellen natürlich nur die intertemporalen Bedingungen des gesamtwirtschaftlichen Quasi-Konkurrenzgleichgewichts dar, aus denen die Preise nicht eliminiert wurden. Neben (206) - (208) müssen noch die intratemporalen Bedingungen erfüllt sein, was ja bei der Ableitung der Zeitpräferenzraten und der internen Ertragsraten unterstellt wurde.

Wie man sofort sieht, kann die graphische Darstellung des gesamtwirtschaftlichen Konkurrenzgleichgewichts einer Wirtschaft ohne Externalitäten zur graphischen Darstellung des gesamtwirtschaftlichen Quasi-Konkurrenzgleichgewichts einer Wirtschaft mit Externalitäten benutzt werden. Die Interpretation muß lediglich auf die in den Konsumgrößen berücksichtigten Externalitäten abstellen. Die dort angedeuteten Vorbehalte gegen den Wert einer solchen Darstellung sind hier unverändert gültig.

IV Schlußbemerkungen

Es sollen nun zum Schluß kurz die Ergebnisse der Arbeit zusammengefaßt und die Punkte markiert werden, an denen eine Erweiterung und Modifizierung der Annahmen des hier vorgeführten elementaren Modells der Gesamtwirtschaft angebracht werden müssen, bevor man daran denken kann, die aus dem Modell abgeleiteten Verfahrensanweisungen für staatliche Produktionsentscheidungen für praktische Probleme nutzbar zu machen.

A) Zusammenfassung der Ergebnisse der Arbeit

Für das Wirtschaftssystem ohne Externalitäten ging die Untersuchung von folgenden Überlegungen aus: Jeder Haushalt stellt den Verbrauchsplan auf, der seine Nutzenfunktion maximiert. Jede private Unternehmung plant die Produktion, die ihren Gewinn maximiert. Nutzen- und Gewinnmaximierung liegen im Interesse der Haushalte und privaten Unternehmungen, sie sind mit anderen Worten einzelwirtschaftlich rationale Verhaltensweisen. Jeder

Haushalt ist in dem Bemühen, seinen Nutzen zu maximieren, an die Budgetbeschränkung gebunden, daß der Gegenwartswert seiner Einnahmen gleich dem Gegenwartswert seiner Ausgaben sein muß. In dieser Bedingung kommen die begrenzten Möglichkeiten eines Haushalts zum Ausdruck, die zeitliche Einnahmenentwicklung über Kreditaufnahmen und -vergaben am Kapitalmarkt mit der zeitlichen Ausgabenentwicklung in Einklang zu bringen.
Die Gewinnmaximierung einer privaten Unternehmung taucht in der Form der Maximierung des Kapitalwerts der Produktion, d.h. des Gegenwartswerts der Einnahmen minus des Gegenwartswerts der Ausgaben auf. Für die Produktionsplanung spielen also lediglich die Einnahmen und Ausgaben eine Rolle und nicht die Erträge und Kosten. Hinter der Bildung des Kapitalwerts verbergen sich dabei wiederum die Kapitalmarkttransaktionen der Unternehmung.
Bei der Bestimmung des optimalen Verbrauchsplanes eines Haushalts und des optimalen Produktionsplanes einer Unternehmung wurden alternativ die Konzepte der Zeitpräferenzfunktion eines Haushalts und der Investitionsfunktion einer Unternehmung eingeführt. Sie sind formal nichts anderes als unter bestimmten Bedingungen mit Hilfe der Preise vorgenommene Transformationen der Nutzen- und Produktionsfunktionen. Sie ermöglichen es zu zeigen, daß der Kapitalmarkt lediglich die Funktion hat, die intertemporale Konsumstruktur eines Haushalts bzw. die intertemporale Produktionsstruktur einer Unternehmung festzulegen, und daß die Güterpreise die intratemporale Konsum- bzw. Produktionsstruktur einer Wirtschaftseinheit bestimmen.

In einem Exkurs wurde dargelegt, daß die Interne-Zinsfuß-Methode als Alternative zum Kapitalwertkalkül der Unternehmung nicht in Frage kommt. Es wurde darauf hingewiesen, daß dieses Ergebnis ebenfalls bei Einbeziehung von Externalitäten in der späteren Untersuchung keine Modifikation erfährt, so daß die Interne-Zinsfuß-Methode auch für die Nutzen-Kosten-Analyse nicht brauchbar ist.
Die Pläne der Haushalte und privaten Unternehmungen werden dezentral aufgestellt und vom Markt koordiniert. Hierzu dienen die Preise der Güter und die Kapitalmarktzinssätze, die nichts anderes sind als die Preise für das Überlassen bzw. das Erlangen von Kaufkraft.

Die Bewertung von Gütern mit Preisen und Zinssätzen hat allein Lenkungsfunktion. In diesem Sinne sind Preise und Zinssätze Knappheitsindikatoren. Sie sollen in keiner Weise etwa den Nutzen der Haushalte messen, der lediglich als ordinale Kategorie eingeführt wurde.

Unter Verwendung einer aus den Zeitpräferenzfunktionen der Haushalte abgeleiteten sozialen Zeitpräferenzfunktion und einer aus den Investitionsfunktionen der Unternehmung abgeleiteten sozialen Transformationsfunktion kann die gesamtwirtschaftliche Funktion des Kapitalmarktes klar gemacht werden.

Das über den Markt zustandegebrachte gesamtwirtschaftliche Gleichgewicht ist paretooptimal. Aus dieser Sicht genügen also die Verhaltensweisen der Nutzen- und Gewinnmaximierung gesamtwirtschaftlicher Rationalität. In einer Wirtschaft ohne Externalitäten besteht mithin für den Staat kein Anlaß, selbst die Produktion einiger Güter zu übernehmen oder in anderer Weise in die Produktion einzugreifen. Dem Staat fällt in dieser Situation nur die Aufgabe zu, die Verteilung des individuellen Wohlstandes durch allokationsneutralen Eingriff in die Verteilung der Ressourcen nach gesellschaftlichen Gesichtspunkten zu beeinflussen. Es wurde darüberhinaus darauf hingewiesen, daß der Staat die Allokation zwischen den Generationen steuern muß, da der Markt hier offensichtlich versagt. In welcher Weise er eingreifen muß und kann, wurde offengelassen.

Es muß nun aber damit gerechnet werden, daß das Wirtschaftsgeschehen in vielfältiger Weise durch externe Effekte bestimmt wird. Während der Markt in einer Reihe von Fällen in der Lage ist, für die Internalisierung externer Effekte zu sorgen, gibt es eine Reihe von Gütern, bei denen der Staat selbst als Produzent tätig werden muß. Die Nutzen-Kosten-Analyse setzt an diesem Punkt an. Sie fragt, welches Entscheidungskriterium bzw. welche Entscheidungskriterien dem Staat in die Hand gegeben werden müssen, wenn das gesamtwirtschaftliche Ziel für die Allokation der Ressourcen Paretooptimalität ist. Bei der Untersuchung dieser Fragestellung ist es klar, daß eine Antwort auf die Frage nur aus einer Totalanalyse der Gesamtwirtschaft und nicht aus einer Partialanalyse - wie es in der Literatur zur Nutzen-Kosten-Analyse häufig geschieht - des staatlichen Produktionsprob-

lems gewonnen werden kann.

Die staatliche Produktionsentscheidung ist durch das Dilemma geprägt, daß die Wirtschaftseinheiten wegen der Unmöglichkeit des Ausschlusses von der Nutzung der öffentlichen Güter im eigentlichen Sinne ihr wahres Interesse verbergen. Jede Wirtschaftseinheit wird sich strategisch so auszurichten versuchen, daß sie ohne eigenen Beitrag kostenlos mitnutzen kann.

Die Arbeit geht nun von der Annahme aus, daß der Staat den Ausweg aus diesem Dilemma gefunden hat und die Information über die wahren Interessen der Wirtschaftseinheiten hat. Gleichzeitig hat er die Wirtschaftseinheiten motiviert, ihre Pläne entsprechend ihren wahren Interessen aufzustellen. In diesem Sinne wird dann von Quasi-Gleichgewichten der einzelnen privaten und staatlichen Wirtschaftseinheiten gesprochen.

Es geht nun darum zu zeigen, wie ein ganz bestimmtes Preissystem unter Einschluß der Zinssätze des Kapitalmarktes die Lenkung der Ressourcen in die Produktion der Güter besorgt und die Verteilung der Güter auf die Haushalte regelt. Wiederum haben die Preise allein Lenkungsfunktion.

Die in der Bezeichnung der Untersuchung der staatlichen Produktionsentscheidung als Nutzen-Kosten-Analyse implizierte Vorstellung, daß es darum ginge, den Nutzen staatlicher Outputs und den Nutzenentgang (= Kosten) durch staatliche Inanspruchnahme von Inputs für die bzw. bei den privaten Wirtschaftseinheiten zu messen, ist insoweit irreführend. Sie paßt auch nicht zu der Annahme nur ordinal angebbarer Präferenzen der Haushalte, für die jede Produktion erfolgt.

Es ergibt sich, daß bei Gütern mit externen Effekten ein nach Wirtschaftseinheiten diskriminierendes Preissystem erforderlich ist, um ein paretooptimales Wirtschaftsergebnis hervorzubringen. Die Haushalte maximieren ihren Nutzen und berücksichtigen dabei die externen Effekte durch Beachtung der diskriminierenden Quasi-Konkurrenzpreise. Ansonsten verändert sich ihre Budgetbedingung nicht. Staatliche und private Produktionseinheiten planen gleicherweise die Produktion, die ihren Kapitalwert maximiert. Die externen Effekte müssen sich dabei ebenfalls im Sinne des diskriminierenden

Quasi-Konkurrenzsystems korrekt in den Ausgaben und Einnahmen jeder Produktionseinheit niederschlagen. Die Frage nach der optimalen Produktion einer staatlichen Unternehmung wird also ebenso wie bei einer privaten Unternehmung auf der Basis einer Einnahmen-Ausgaben-Rechnung vorgenommen und nicht auf Grund von Erträgen und Kosten. Auch in dieser Hinsicht ist der Begriff Nutzen-Kosten-Analyse irreführend.

Es ist klar, daß Kapitalwertmaximierung nur dann für den Staat sinnvoll ist, wenn die privaten Unternehmungen ebenfalls Kapitalwertmaximierung betreiben und die Haushalte danach streben, ihren Nutzen zu maximieren, wobei dem Kalkül jeder Wirtschaftseinheit die Quasi-Konkurrenzpreise zugrundeliegen.

Die Funktion des Kapitalmarktes für die einzelnen Produktionseinheiten bleibt ebenso unverändert wie seine Funktion für die einzelnen Konsumeinheiten. Diese kann wiederum mit Hilfe der Konzepte der Zeitpräferenzfunktion eines Haushalts und der Investitionsfunktion einer Unternehmung deutlich gemacht werden. Die Orientierung der Wirtschaftseinheiten an den Quasi-Konkurrenzpreisen ermöglicht nämlich in gleicher Weise wie bei Fehlen von Externalitäten, Zeitpräferenz- bzw. Investitionsfunktionen der Wirtschaftseinheiten abzuleiten.

Die von den privaten und staatlichen Wirtschaftseinheiten dezentral aufgestellten Pläne müssen nun zu einem gesamtwirtschaftlichen Gleichgewicht koordiniert werden. Diese Aufgabe kann der Markt unter Quasi-Konkurrenzbedingungen im wesentlichen in gleicher Weise wie bei Fehlen externer Effekte erfüllen. Das gesamtwirtschaftliche Gleichgewicht ist natürlich nur ein Quasi-Gleichgewicht, da nicht damit gerechnet werden kann, daß die Wirtschaftseinheiten ihr wahres Interesse in der angegebenen Weise offenlegen. Um die wahren Interessen offenzulegen, ist vermutlich ein zentraler Eingriff in dezentrale private Entscheidungsbefugnisse nötig.

Die intertemporale Allokation wird auch in der Wirtschaft mit Externalitäten durch die Marktzinssätze des Kapitalmarktes gelenkt. Die intratemporale Allokation dagegen wird allein durch die Güterpreise gesteuert. Dies kann wiederum anhand sozialer Zeitpräferenz- und Transformationsfunktionen verdeutlicht werden.

Für den Fall, daß alle Entscheidungen in einer Wirtschaft nur für eine einzige Periode zu fällen sind, erübrigt sich der Kapitalmarkt. Die bei der Einperioden-Planung auftretenden Probleme langlebiger Produktionsfaktoren und von Produktionsprozessen, die länger als eine Periode dauern, wurden nur angedeutet. Ihre Berücksichtigung erfordert den Übergang von einer Einnahmen-Ausgaben-Rechnung zu einer Ertrags-Kosten-Rechnung. Die Aussagen der hier durchgeführten Untersuchung bleiben formal erhalten, wie aus Abschnitt III A zu ersehen ist, sie bedürfen lediglich einer anderen Interpretation.

B) Modifikationen in den Modellannahmen

Es sollen nun zunächst die Modifikationen zusammengefaßt werden, auf die bereits kurz in der Arbeit hingewiesen wurde.

1) Substitutionale Produktionsfunktionen müssen durch limitationale Produktionsfunktionen ergänzt oder ersetzt werden. Es besteht die Möglichkeit, daß zur Erstellung eines Produktes eine endliche Anzahl von limitationalen Produktionsfunktionen zur Verfügung stehen. Dies hat zur Folge, daß das in der Arbeit verwendete Marginalkalkül nicht mehr eingesetzt werden kann. Es sind dann andere mathematische Verfahren erforderlich, wie etwa der linearen und nicht linearen Programmierung.

2) Der Übergang von der Untersuchung einer langfristigen viele Perioden umfassenden Produktionsentscheidung zu der Untersuchung einer kurzfristigen eine oder nur wenige Perioden umfassenden Produktionsentscheidung kann den Übergang von einer Einnahmen-Ausgaben-Rechnung der Produktionseinheiten zu einer Ertrags-Kosten-Rechnung erfordern. Um dies zu gewährleisten, muß dann in der Produktionsfunktion die Periodenabgabe an Nutzungspotential eines langlebigen Produktionsfaktors und nicht wie bisher geschehen das Nutzungspotential insgesamt erfaßt werden.

3) Im allgemeinen Ansatz wurden die Arbeitsleistungen der Haushalte in

ihre Nutzenfunktionen aufgenommen und unterstellt, daß die Haushalte jede Menge von Arbeitsleistungen abgeben und hierüber frei befinden können. Es muß aber bedacht werden, daß der Handlungsspielraum eines Haushaltes bei der Festlegung seiner Arbeitszeit in der Realität sehr eng begrenzt ist, da er im allgemeinen nur drei Alternativen zur Wahl hat, nämlich ganztags, halbtags oder überhaupt nicht zu arbeiten, so daß er in der Regel nicht die für ihn optimale Arbeitszeit erreichen kann. Dieser Sachverhalt ergibt eine gewisse Rechtfertigung dafür, Arbeitsleistungen in den Nutzenfunktionen überhaupt nicht zu erfassen, was in dieser Arbeit nur bei der Ableitung der Zeitpräferenzfunktionen geschehen ist.

4) Da das politische Ziel des Staates sicher fordert, daß am Ende des Entscheidungshorizontes ein leistungsfähiger gesamtwirtschaftlicher Produktionsapparat vorhanden ist, wird eine explizite Berücksichtigung der Abnutzung dauerhafter Produktionsfaktoren nötig, da der Produktionsapparat nach Erreichen des Zielhorizontes sich aus verschieden stark abgenutzten dauerhaften Produktionsfaktoren zusammensetzt.

5) Das Problem der Allokation der Ressourcen über verschiedene Generationen kann nur durch den Staat unter teilweiser Berücksichtigung der Präferenzen der lebenden Generationen gelöst werden.

Neben diesen Modifikationen seien noch die wichtigsten zusätzlichen Abänderungen und Erweiterungen genannt.

1) Die Annahme, daß das Informationsproblem bei öffentlichen Gütern im eigentlichen Sinne gelöst ist, muß durch eine Untersuchung des Prozesses der Informationsgewinnung ersetzt werden. Hierbei muß mit strategischen Verhaltensweisen der Wirtschaftseinheiten gerechnet werden. Die Auswirkungen auf das (oder die) Entscheidungskriterium (-kriterien) des Staates sind ohne eingehende Analyse nur schwer abzuschätzen. Es ist aber zu vermuten, daß das Kriterium der Kapitalwertmaximierung erhalten bleibt.

2) Mit Punkt 1 ist bereits die Second-Best-Problematik angeschnitten, da die Schwierigkeit der Informationsbeschaffung bei öffentlichen Gütern im eigentlichen Sinne als eine Art Unvollkommenheit des Marktes interpretiert werden kann. Eine erstbeste Lösung wird aber noch durch eine Reihe anderer Faktoren verhindert: z. B. durch unvollkommene Gütermärkte etwa durch einen wie oben angedeutet unvollkommenen Arbeitsmarkt und einen unvollkommenen Kapitalmarkt. In diesen Bereich gehört aber auch der Sachverhalt, daß allokationsneutrale Maßnahmen zur Veränderung der Einkommensverteilung nicht existieren. Unter Second-Best-Bedingungen ist es sehr schwierig, Entscheidungskriterien abzuleiten, die gesamtwirtschaftlicher Rationalität genügen, also etwa zu einer Paretoverbesserung führen. Darüberhinaus ist zu bedenken, daß alle diese Faktoren wahrscheinlich bewirken, daß Allokation und Distribution analytisch nicht mehr zu trennen sind, und es daher nicht mehr sinnvoll ist, staatliche Produktionsentscheidungen allein am Allokationsziel auszurichten. Es ist dann natürlich auch nicht mehr klar, ob der Staat nur in die Produktion von öffentlichen Gütern im eigentlichen Sinne eingreifen muß. Es ist denkbar, daß der Staat in diesem Falle selbst die Produktion einiger privater Güter übernimmt und über die Preisgestaltung versucht, eine soziale Wohlfahrtsverbesserung zu erreichen.

3) Die Annahme der beliebig feinen Teilarbeit der Güter ist bei vielen Gütern durch die Annahme nur begrenzter Teilbarkeit zu ersetzen. An die Stelle des Marginalkalküls treten dann wiederum die schon oben bei den Produktionsfunktionen genannten mathematischen Verfahren. Behält man die Annahme der beliebig feinen Teilbarkeit bei, dann müssen auch Nutzen- und Produktionsfunktionen zugelassen werden, die nicht den Bedingungen der (strengen) Konvexität genügen.

4) Das Stabilitätsproblem wurde bisher nur angedeutet. Die Analyse dieser Arbeit war rein statischer Natur. Es ist aber unbedingt erforderlich, das Entscheidungsproblem einer dynamischen Betrachtung zu unterwerfen.

5) Der Zeithorizont wurde als exogen vorbestimmte Größe betrachtet. Seine Festlegung muß aber selbst zum Entscheidungsproblem gemacht werden.

6) Die Faktoren Unsicherheit und Risiko wurden ausgeklammert. Mit Risiko ist dabei eine Situation gemeint, in der man die Wahrscheinlichkeitsverteilung der betrachteten Größen kennt, mit Unsicherheit dagegen eine Situation, in der man selbst über die Wahrscheinlichkeitsverteilung der relevanten Größen keine Informationen hat[1]. Aus den Überlegungen dieser Arbeit ist ersichtlich, daß man Unsicherheit und Risiko nicht in der Weise ins Kalkül etwa einer Produktionseinheit einbeziehen kann, daß man Einnahmen nach unten, Ausgaben nach oben und/oder die Marktzinssätze nach oben korrigiert, wie es vielfach in der Nutzen-Kosten-Analyse in Anlehnung an betriebswirtschaftliche Untersuchungen zu diesem Problem als erste Approximation vorgeschlagen wird[2]. Es ist vielmehr zunächst zu fragen, wie sich Unsicherheit und Risiko auf die Nutzen- und Produktionsfunktionen und die Verhaltensweisen der Wirtschaftseinheiten auswirken. Dann ist zu prüfen, wie sich der Gleichgewichts- und Optimalitätsbegriff ändert. Erst dann kann analysiert werden, welche Entscheidungskriterien aus einzel- und gesamtwirtschaftlicher Sicht befolgt werden sollten.

7) Der Faktor Arbeitsleistung wurde als nicht produzierter Produktionsfaktor eingeführt. Dieses Vorgehen ist unbefriedigend, da gerade die Ausbildung der Wirtschaftssubjekte an allgemeinbildenden Schulen, an Fachhochschulen und Universitäten und in Unternehmungen als ein wichtiger Produktionsprozess zu gelten hat und darüberhinaus viele Aktivitäten der Wirtschaftseinheiten, die hier als Konsum aufgefaßt werden, dazu dienen, die Arbeitskraft zu erhalten und zu verbessern. In einer weitgehenden Analyse wäre die Produktion des Faktors Arbeit explizit zu berücksichtigen.

---

1) Vgl. z.B. Marglin, St.A., Public Investment Criteria, London 1967, S. 71

2) Vgl. Eckstein, O., Water Resource Development, Cambridge,Mass., 1958, S. 82/83 und Lutz, F. u. V., The Theory of Investment of the Firm, Princeton 1951, S. 179 ff.

Eng mit diesem Problem verknüpft ist die Frage der Einbeziehung des technischen Fortschritts in einer langfristigen Analyse. In der vorliegenden Arbeit ist dieser Aspekt explizit nicht eingebaut. Der technische Fortschritt kommt in den Produktionsfunktionen nur in der Weise zum Ausdruck, daß die Grenzproduktivitäten im Zeitablauf steigen können, also $\partial y_{j_1,t_1} / \partial y_{j_2,t_1} > \partial y_{j_1,t_2} / \partial y_{j_2,t_2}$ (Gut j_1 ist ein Produkt, Gut j_2 ist ein Faktor und $t_2 > t_1$) gelten kann. Die Ursachen hierfür bleiben in der Arbeit außer Betracht. Der technische Fortschritt in dieser Form ist exogen vorgegeben. Es wäre jedoch nötig, den technischen Fortschritt aus dem System heraus zu erklären.

8) Viele Nutzen-Kosten-Analytiker arbeiten bei der Bewertung der Outputs und der Inputs mit dem Konzept der Zahlungsbereitschaft[1] und eng damit zusammenhängend mit dem Allokationsziel der potentiellen statt der aktuellen Paretooptimalität. Der Verfasser der Arbeit ist der Ansicht, daß das Konzept der Zahlungsbereitschaft bei der Lösung des Informationsproblems des Staates nicht weiterhilft. Weder auf die Frage an eine Wirtschaftseinheit, wie viele Einheiten sie nachfragen würde, wenn sie je Mengeneinheit des öffentlichen Gutes im eigentlichen Sinne einen bestimmten Preis zahlen müßte - diese Frage spielt im vorgetragenen Zusammenhang eine Rolle - noch auf die Frage, wie hoch der Betrag ist, den sie für eine bestimmte Menge des öffentlichen Gutes im eigentlichen Sinne allenfalls zu zahlen bereit wäre, ehe sie ganz auf das Gut verzichten würde, kann der Staat wegen der oben gegebenen Begründung die Antwort erwarten, die dem wahren Interesse der Wirtschaftseinheiten entspricht. Es ergeben sich ferner beim Konzept der Zahlungsbereitschaft einige Schwierigkeiten, die empirisch relevant sein können, die aber beim nach Wirtschaftseinheiten diskriminierenden Preissystem nicht auftreten.

---

1) Die Verwendung des Konzepts geht zurück auf die Anfänge Nutzen-Kosten-analytischer Überlegungen in der Arbeit von Dupuit. Vgl. Dupuit, J., On the Measurement of the Utility of Public Works, aus dem französischen übertragen, in: International Economic Papers, No. 2, London 1952. Vgl. im übrigen z.B. Mishan, a.a.O., S. 31 ff.

Der Verfasser der Arbeit zweifelt darüberhinaus, ob es Vorteile bringt, das Ziel der aktuellen Paretooptimalität durch das Ziel potentieller Paretooptimalität zu ersetzen.

Zum Schluß sei einige Skepsis geäußert, ob es möglich ist, das Entscheidungsproblem des Staates in einer so modifizierten Totalanalyse in den Griff zu bekommen, da die Analyse bald so komplex werden kann, daß sie nicht mehr operabel ist. Bei Versagen des Ansatzes ergeben sich zwei Alternativen. 1. Man nimmt von dem individualistischen Ansatz, wenigstens in der extremen Ausprägung, wie sie hier dargelegt wurde, Abstand und versucht die totalanalytische Behandlung staatlicher Aufgaben dadurch beizubehalten, daß man sehr einengende Werturteile z. B. darüber einführt, wessen Präferenzen zählen sollen. 2. Man begnügt sich mit einer partialanalytischen Erörterung der Aufgaben des Staates, wobei man die Frage ausklammert, ob man im Sinne der Zielsetzung für das Gesamtsystem die richtigen Kriterien für staatliche Entscheidungen abgeleitet hat. Dieses Vorgehen könnte man versuchen, damit zu rechtfertigen, daß es besser sei, überhaupt etwas zu unternehmen als untätig zu bleiben. Dem Verfasser der Arbeit scheint die 2. Alternative und ihre Rechtfertigung allerdings sehr unbefriedigend. Er würde für die 1. Alternative plädieren.

Literaturverzeichnis

Arrow, K.J.	The Organization of Economic Activity: Issues pertinent to the Choice of Market versus Non-market Allocation, in: Haveman, R.H. u. Margolis, J. (ed.), Public Expenditures and Policy Analysis, Chicago 1971
Arrow, K.J.	Discounting and Public Investment Criteria, in: Kneese, A.V. u. Smith, S.C. (eds.), Water Research, Baltimore 1966
Dasgupta, A.K. u. Pearce, D.W.	Cost-Benefit Analysis, London 1972
Debreu, G.	Theory of Value, New York 1965
Dupuit, J.	On the Measurement of the Utility of Public Works, aus dem Französischen übertragen, in: International Economic Papers, No. 2, London 1952
Eckstein, O.	A Survey of Public Expenditure Criteria, in: Public Finance: Needs, Sources and Utilization, Princeton 1961
Eckstein, O.	Water Resource Development, Cambridge, Mass.,1958
Feldstein, M.A.	The Social Time Preference Discount Rate in Cost-Benefit Analysis, in: Economic Journal, Vol. 74, 1964
Fisher, I.	The Theory of Interest, New York 1965
Graaff, J. de V.	Theoretical Welfare Economics, Cambridge 1967
Häuser, K.	Über Ansätze zur Theorie der Staatsausgaben, in: Timm, H. u. Haller, H. (Hrsg.), Beiträge zur Theorie der öffentlichen Ausgaben, Schriften des Vereins für Socialpolitik, N.F. Bd. 47, Berlin 1967
Hax, H.	Investitionstheorie, Würzburg 1970

Head, J. G.	Public Goods and Public Policy, in: Public Finance, Vol. 21, 1962
Heister, M.	Rentabilitätsanalysen von Investitionen, Köln-Opladen 1962
Henderson, J. M. u. Quandt, R. E.	Microeconomic Theory, Tokyo 1958
Hirshleifer, J.	Investment, Interest, and Capital, Englewood Cliffs, N. J., 1970
Hirshleifer, J.	On the Theory of Optimal Investment Decision, in: Journal of Political Economy, Vol. 66, 1958
Hirshleifer, J. u. a.	Water Supply, Chicago 1969
Kaizuka, K.	Public Goods and Decentralization of Production, in: Review of Economics and Statistics, Vol. 47, 1965
Kay, J. A.	Social Discount Rates, in: Journal of Public Economics, Vol. 1, 1972
Krause-Junk, G.	Das Allokationsoptimum und das Äquivalenzprinzip der Besteuerung, unveröffentlichte Habilitationsschrift, Hamburg 1969
Krause-Junk, G.	Staatsausgaben, Einkommensniveau und Wirtschaftsstruktur, Diss. Berlin 1966
Lutz, F. u. V.	The Theory of Investment of the Firm, Princeton 1951
Malinvaud, E.	The Analogy between Atemporal and Intertemporal Theories of Resource Allocation, in: Review of Economic Studies, Vol. 28, 1961
Malinvaud, E.	Lectures on Microeconomic Theory, New York 1972
Marglin, St. A.	Objectives of Water-Resource Development: A General Statement, in: Maas, A. u. a., Design of Water-Ressource Systems, Cambridge, Mass., 1966
Marglin, St. A.	Public Investment Criteria, London 1967

May, K.	Structure of the Production Function of the Firm, in: Econometrica, Vol. 17, 1949
Mishan, E.J.	Cost-Benefit Analysis, London 1971
Morishima, M.	Equilibrium, Stability, and Growth, Oxford 1964
Musgrave, R.A.	Cost-Benefit Analysis and the Theory of Public Finance, in: Journal of Economic Literature, Vol. 7, 1969
Musgrave, R.A.	The Theory of Public Finance, Tokyo 1959
Prest, A.R. u. Turvey, R.	Cost-Benefit Analysis: A Survey, in: Economic Journal, Vol. 75, 1965
Quirk, J. u.. Saposnik, R.	Introduction to General Equilibrium Theory and Welfare Economics, New York 1968
Ramsey, F.P.	A Mathematical Theory of Saving, in: Economic Journal, Vol. 38, 1928
Richter, R.	Preistheorie, Wiesbaden 1963
Samuelson, P.A.	Foundations of Economic Analysis, Cambridge 1963
Samuelson, P.A.	The Pure Theory of Public Expenditures, in: Review of Economics and Statistics, Vol. 36, 1954
Samuelson, P.A.	Pure Theory of Public Expenditure and Taxation, in: Margolis, J. u. Guitton, H. (eds.), Public Economics, London 1969
Schneider, E.	Wirtschaftlichkeitsrechnung, Tübingen 1962
Schneider, E.	Einführung in die Wirtschaftstheorie, II. Teil, 7. Auflage, Tübingen 1961
Schneider, H.	Das allgemeine Gleichgewicht in der Marktwirtschaft, Tübingen 1969
Schneider, H.	Mikroökonomie, München 1973

Scitovsky, T. Welfare and Competition, London 1968

Scitovsky, T. Two Concepts of External Economies, in: Journal of Political Economy, Vol. 62, 1954

Stolber, W.B. Nutzen-Kosten-Analysen in der Staatswirtschaft, Wasserwirtschaftliche Projekte, Göttingen 1968

Weldon, J.C. Public Goods (and federalism), in: Canadian Journal of Economics, Vol. 32, 1966

Lebenslauf

Am 26. Februar 1938 wurde ich, Wolf Binder, als Sohn des Volksschullehrers Walter Binder und seiner Ehefrau Else Binder, geb. Holdt, in Kiel geboren.
Am 2. April 1962 bestand ich die Reifeprüfung.
Anschließend studierte ich ein Semester Physik und dann vier Semester Volkswirtschaftslehre an der Christian-Albrechts-Universität in Kiel. Ich setzte das Studium der Volkswirtschaftslehre an der Freien Universität Berlin fort und erwarb im Sommersemester 1969 den Grad eines Diplom-Volkswirts.

Seit August 1969 bin ich Assistent am Institut für Finanzpolitische Forschung der Freien Universität Berlin.
Meine akademischen Lehrer sind Prof. Dr. W. Dreißig und Prof. Dr. G. Krause-Junk.

B. Ladewig - Dissertationsdruck - 1 Berlin 12 - Pestalozzistraße 106
Tel.: 3 12 88 85 - 3 13 81 98